Introduction à la logique séquentielle

Combinatoire versus Séquentiel

Systèmes asynchrones, synchrones, synchronisés

Méthode d'analyse et de synthèse

Problème des courses critiques et aléas

Méthodes industrielles

Du combinatoire au séquentiel

Logique combinatoire : la fonction à t ne dépend que du vecteur d'entrées à t

Systèmes plus complexes :

- Un appui sur un bouton allume la lumière, un deuxième appui l'éteint
- Une impulsion démarre les essuie-glaces qui s'arrêtent en position de repos

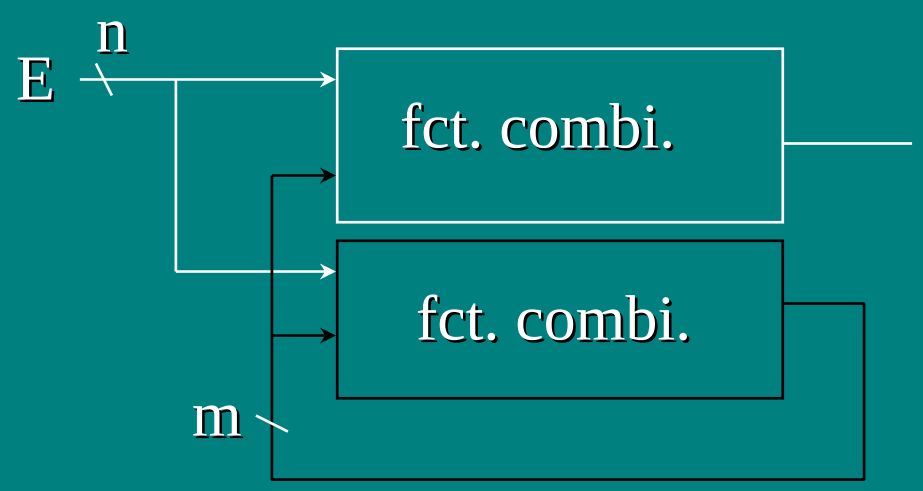
Même vecteur d'entrée = 2 états de sortie différents

→ Non réalisable en combinatoire

Combinatoire vs séquentiel (2)

Il faut que le système dispose d'autres informations.
Le système calcule lui-même son état courant.

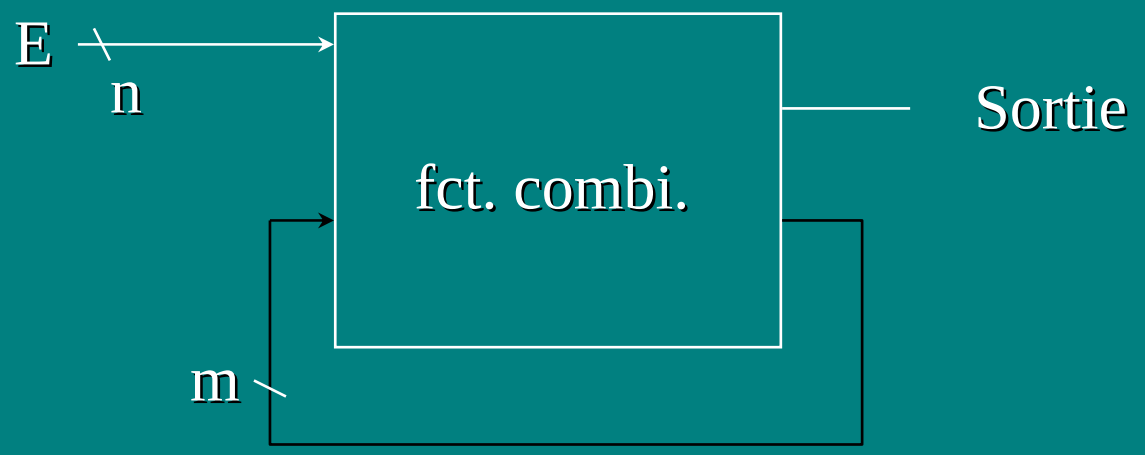
Exemple : le système calcule si c'est la première ou la deuxième fois qu'on appuie sur le bouton



Sortie = fct combi.
vecteur d'entrée
de n+m variables

Combinatoire vs séquentiel (3)

Représentation symbolique :



La sortie est une fonction séquentielle des entrées E.
Les sorties «secondaires» sont appelées variables internes.

Logique séquentielle : définitions

- La sortie dépend du vecteur d'entrée et de l'histoire du vecteur d'entrée (et de l'état initial).

  id. système possède une fonction mémoire

- Un vecteur d'entrée induit plusieurs vecteurs de sortie

- Le système calcule vecteur de variables internes VI telles que : f(E,VI) est combinatoire

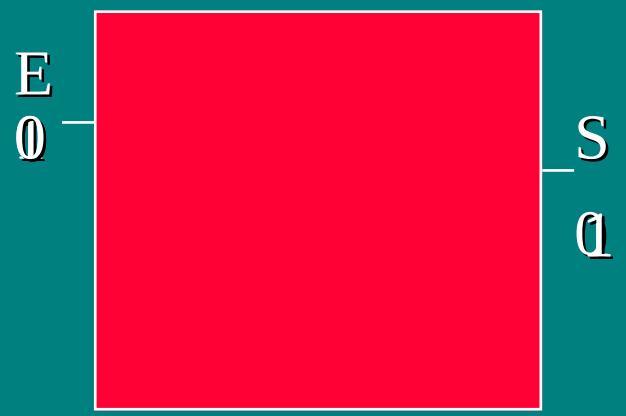
  id. est un système bouclé

Ces trois définitions sont équivalentes

Logique séquentielle : fonctionnement

Hypothèse : la fonction combinatoire suivante

E	x	S
0	0	0
1	0	1
1	1	1
0	1	1



Stable
Instable
Stable
Stable

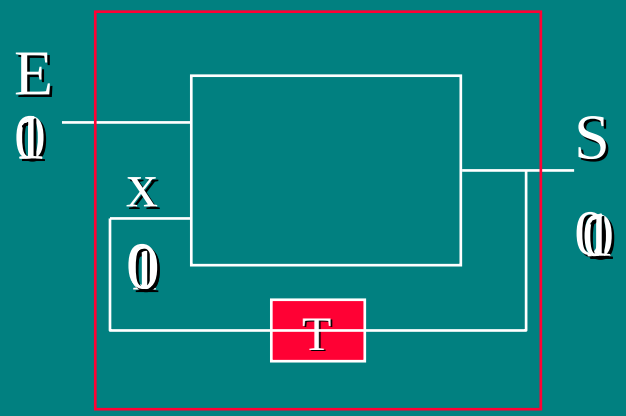
Vue utilisateur : E = 0, 1, 0
S = 0, 1, 1

Même entrée
Sortie différente

Logique séquentielle : instabilité

Hypothèse : la fonction combinatoire suivante

E	x	S
0	0	0
1	0	1
1	1	0
0	1	1



Stable
Instable
Instable
Instable

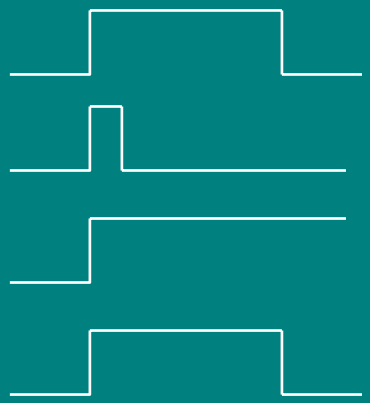
Un système séquentiel peut être instable !!

Système existant : analyse ?
Cahier des charges : synthèse ?

Logique séquentielle : synchronisation

Système séquentiel asynchrone : le système évolue librement dès le changment d'une entrée.

Système séquentiel synchrone : Le système n'évolue qu'à des moments précis sous le contrôle d'un signal appelé *HORLOGE (Clock).*



Niveau d'horloge

Impulsion d'horloge

Front d'horloge

Master Slave
(entrée=niv haut, sortie=front descendant)

Logique séquentielle : synchronisation (2)

Classe intermédiaire :

Logique séquentielle asynchrone synchronisée : Le système évolue librement mais les bouclages sont sous le contrôle d'un signal d'horloge. (combinatoire, sauf au «moment» de l'horloge)

Remarque importante : Le système séquentiels sont plus sensibles aux parasites (ou aléas) sur les entrées que les sytèmes combinatoires (possibilité de modification définitive).

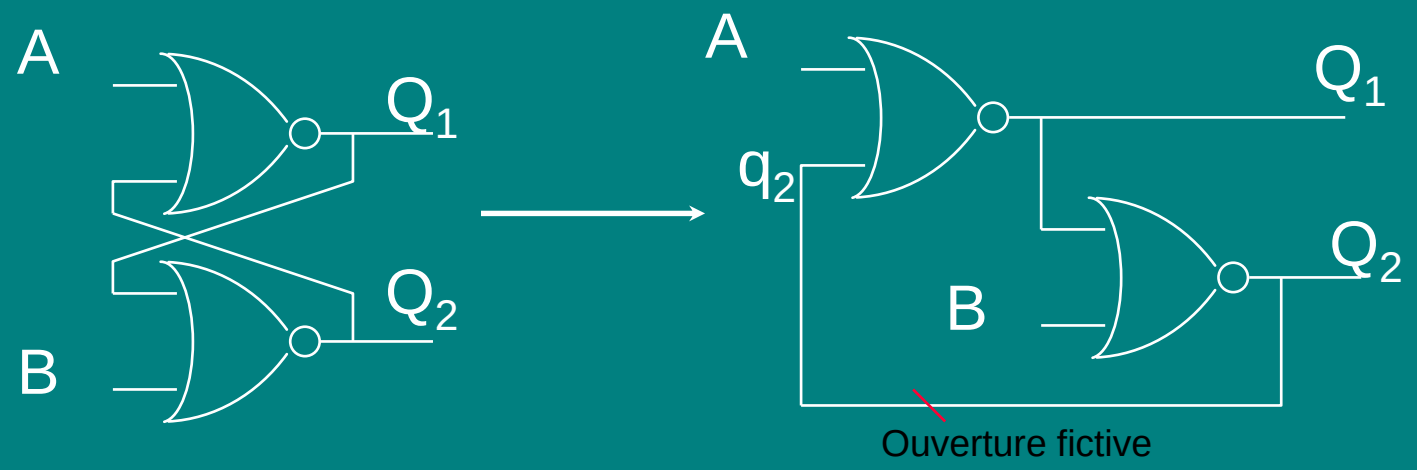
Asynchrones : sensibles tout le temps
Synchrones : sensibles «pendant» l'horloge

Analyse des systèmes séquentiels asynchrones

Méthode :

- Recherche des variables internes (boucles)
- Ouverture (fictive) des boucles
- Calcul des fonctions d'excitation Y = f(E,y)
- Mise des fonctions dans un tableau de karnaugh (table d'excitation: colonnes = entrées, lignes = VI)
- Calcul des fonctions de sortie
- Recherche des états stables ($Y_0 = f(E_x,y_0)$)
- Graphe de fluence : analyse complète et formelle du système

Analyse : exemple complet (1)



$$Q_2 = B \downarrow (q_2 \downarrow A) = \overline{B + (\overline{q_2 + A})} = \overline{B}.(q_2 + A)$$

AB	00	01	11	10
q_2 0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

Q_2

Etat stable : $Q_2 = q_2$

Analyse : exemple complet (2)

AB	00	01	11	10
q_2 0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

Q_2

AB	00	01	11	10
q_2 0	1	2	3	4
1	5	2	3	4

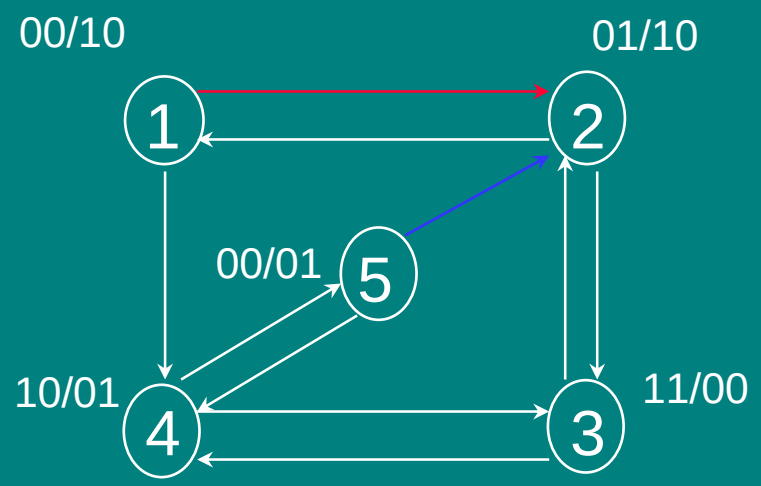
Q_2

Ecriture symbolique

AB	00	01	11	10
q_2 0	1	1	0	0
1	0	0	0	0

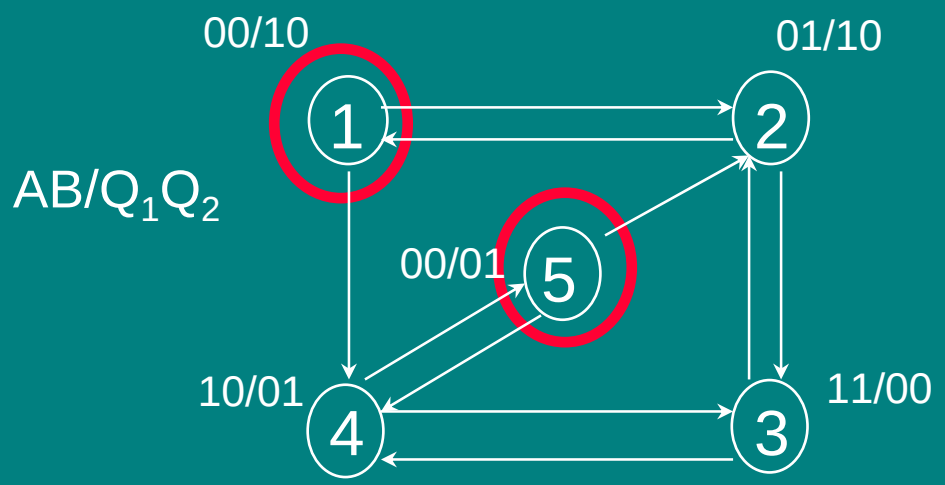
Q_1

Equation des sorties



Graphe de fluence AB/Q_1Q_2

Analyse :exemple complet (3)



Séquentiel :
même vecteur entrée
et sorties différentes

Analyse formelle : A mise à 1 de Q_2, B mise à 0 de Q_2

Si A,B = 0,0 on garde le dernier état

On a Q_2 = not(Q_1)

sauf si A,B = 1,1 alors Q_2 <> not(Q_1)

Système mémoire RS (Reset/Set)

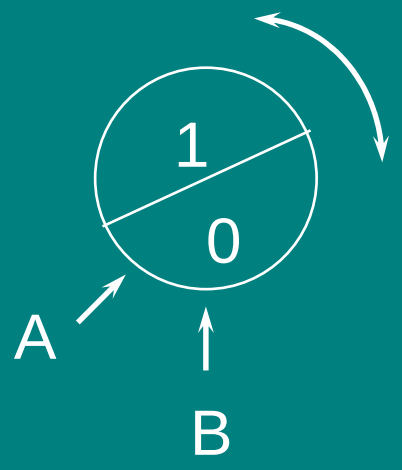
Synthèse : méthode d'Huffman

Synthèse : Du cahier des charges à la réalisation

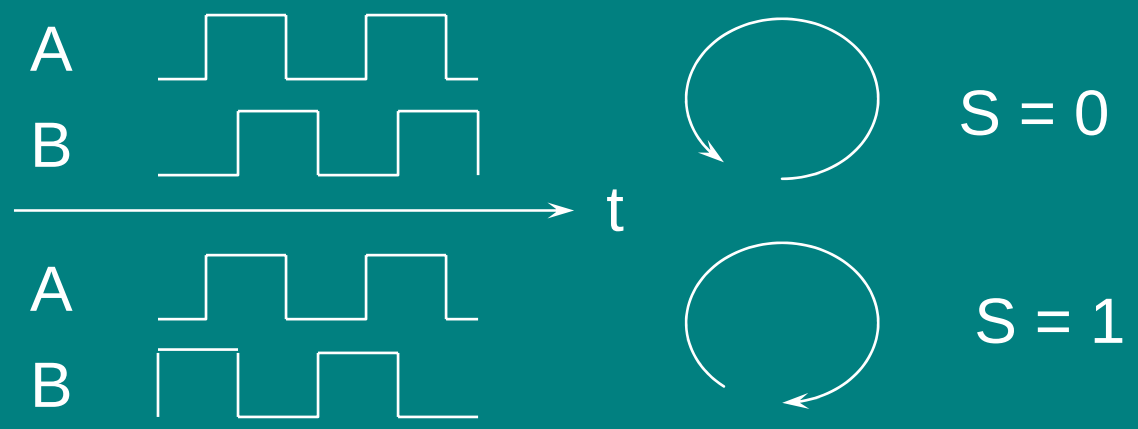
- Cahier des charges
- Graphe de fluence (formalisation)
- Matrice des phases
  - 1 colonne par vecteur d'entrée
  - 1 ligne par état stable et transitions possibles
- Matrice des phases réduites (étape spécifique de la méthode)
- Codage des lignes, détermination du nb de VI (courses)
- Matrice d'excitation et équations d'excitation (aléas)
- Matrice des sorties et équations des sorties (aléas)
- Schéma de réalisation

Synthèse : exemple complet (cdc)

Synthèse d'un détecteur de sens



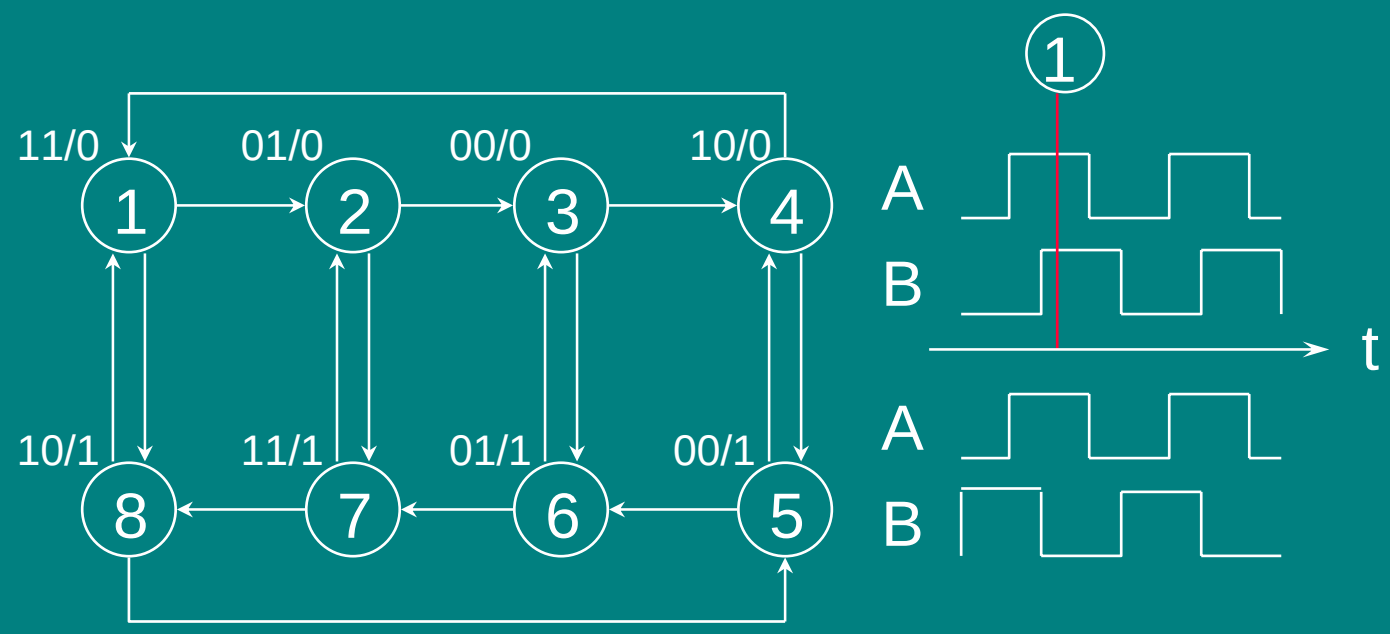
On veut S=0 si «sens des aiguilles d'une montre»
et S=1 sinon



Codeur incrémental

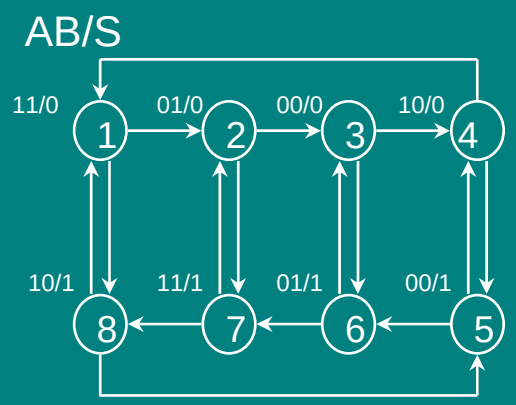
Synthèse : graphe

AB/S



Critêre de fin : n variables impliquent n flèches partant de chaque état.

Synthèse : matrice des phases



AB	00	01	11	10	S
		2	1	8	0
	3	2	7		0
	3	6		4	0
	5		1	4	0
	5	6		4	1
	3	6	7		1
		2	7	8	1
	5	1		8	1

Chaque ligne :

- 1 état stable
- Transitions possibles
- La valeur de la sortie

Synthèse : matrice des phases

AB	00	01	11	10	S
		2	1	8	0
	3	2	7		0
	3	6		4	0
	5		1	4	0
	5	6		4	1
	3	6	7		1
		2	7	8	1
	5	1		8	1

xyz	AB	00	01	11	10
	000		2	1	8
	001	3	2	7	
	011	3	6		4
	010	5		1	4
	110	5	6		4
	111	3	6	7	
	101		2	7	8
	100	5	1		8

Idée : état du système = 1 case
Transitions possibles
dans la ligne
entre lignes

xyz : variables internes
par codage des lignes

Synthèse : matrice des phases réduite

Amélioration de la méthode par Huffmann
(minimisation du nombre de VI car à l'époque problème de coût)

Idée : regrouper les lignes compatibles
état stables colonnes différentes/transitoires compatibles

AB	00	01	11	10	S
		2	1	8	0
	3	2	7		0
	3	6		4	0
	5		1	4	0
	5	6		4	1
	3	6	7		1
		2	7	8	1
	5		1	8	1

xy

AB	00	01	11	10
00	5	2	1	8
01	3	2	7	8
11	3	6	7	4
10	5	6	1	4

x,y : variables internes
(gain d'une VI)

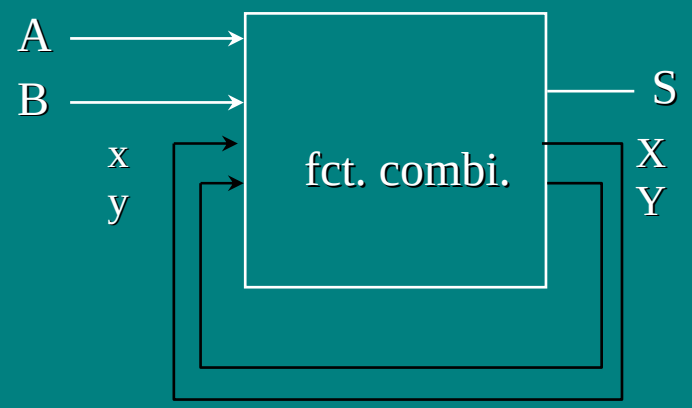
Synthèse : matrice d'excitation

xy \ AB	00	01	11	10
00	5	2	1	8
01	3	2	7	8
11	3	6	7	4
10	5	6	1	4

Chercher l'équation combinatoire liant X,Y à A,B,x,y

xy \ AB	00	01	11	10
00	10	01	00	00
01	11	01	01	00
11	11	11	01	10
10	10	11	00	10

XY



$$X = \overline{A}.\overline{B} + x.\overline{A} + x.\overline{B}$$

$$Y = \overline{A}.B + y.\overline{A} + y.B$$

Synthèse : matrice des sorties

xy \ AB	00	01	11	10
00	5	2	1	8
01	3	2	7	8
11	3	6	7	4
10	5	6	1	4

La sortie n'est utilisable que pendant les états stables (on évite les glitches)

0 x 0	0 0 0
0 x 1	0 x 1
1 x 0	1 x 0
1 x 1	1 1 1

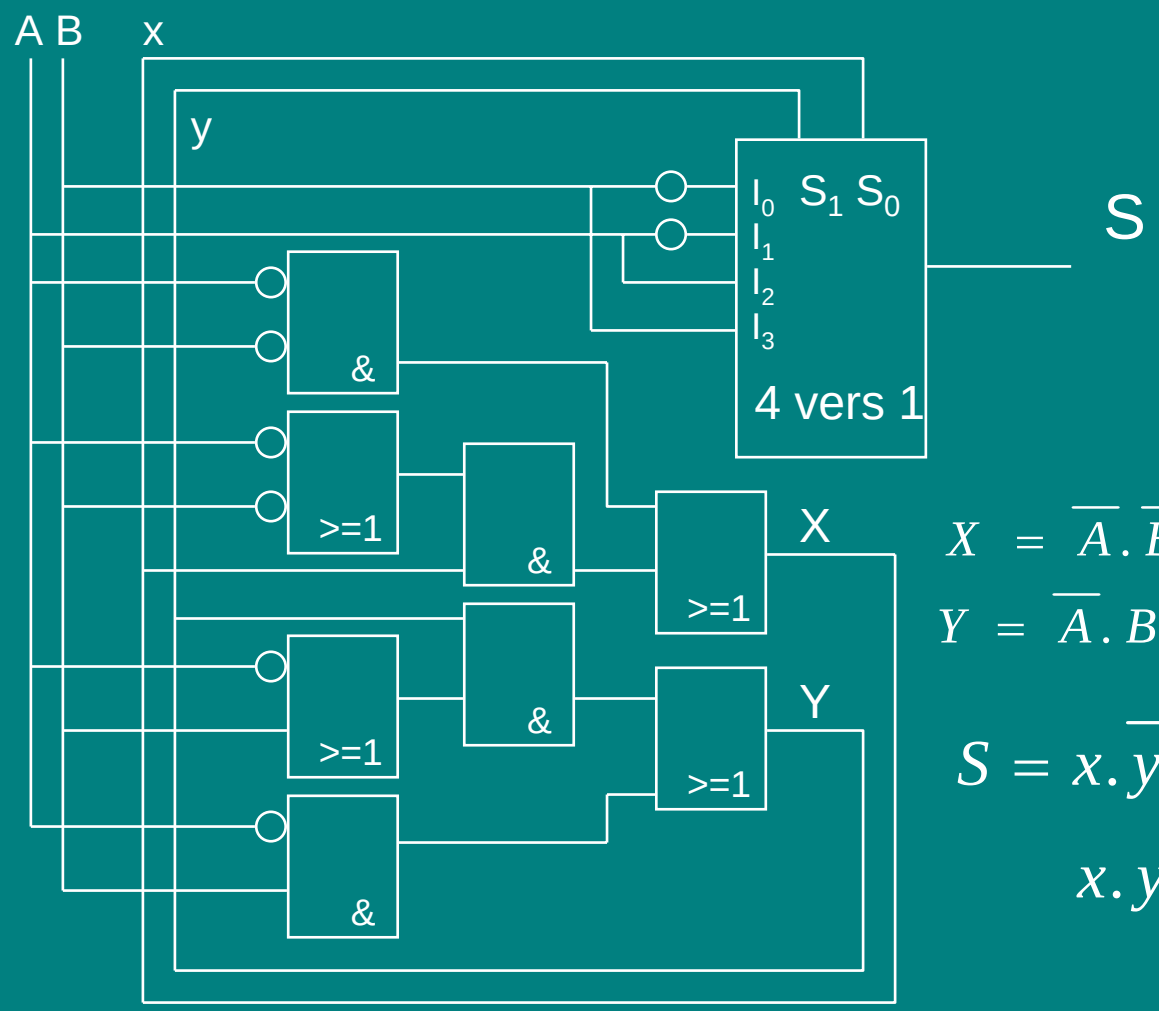
AB	00	01	11	10	S
		2	1	8	0
	3	2	7		0
	3	6		4	0
	5		1	4	0
	5	6		4	1
	3	6	7		1
		2	7	8	1
	5	1		8	1

xy \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	1	1	0
10	1	1	0	0

S

$S = f(A,B,x,y)$

Synthèse : réalisation



$$X = \overline{A}.\overline{B} + x.\overline{A} + x.\overline{B}$$

$$Y = \overline{A}.B + y.\overline{A} + y.B$$

$$S = x.\overline{y}.\overline{A} + \overline{x}.y.A + x.y.B + \overline{x}.\overline{y}.\overline{B}$$

Synthèse : problème des courses critiques

Exemples :

xy \ AB	00	01	11	10
00		10		00
01		00		01
11	11 →	01	11 →	00
10		10		10

impossible de changer deux variables : interception par un état stable non voulu

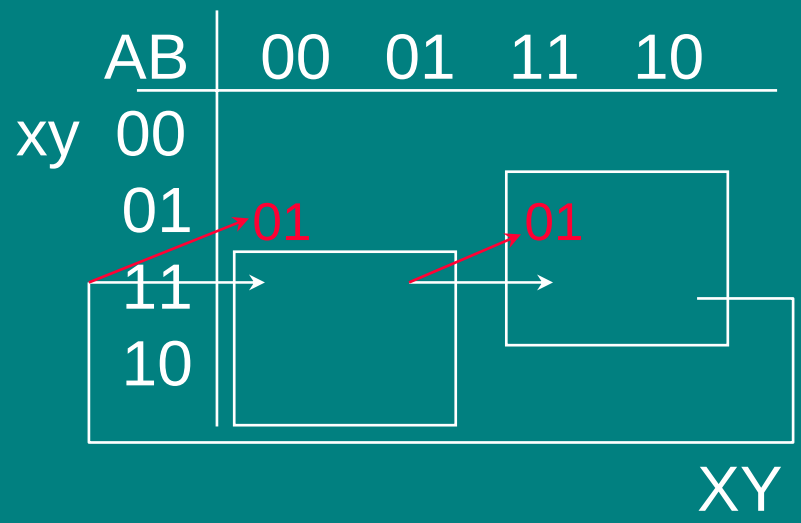
XY

Course

Course critique
= dysfonctionnment

Synthèse : problème des aléas

Exemples :



Aléa de propagation : on veut xy = 11

on a xy = 11, 01, 11

Dysfonctionnement

Synthèse : méthodes industrielles

Graphe N états $\xrightarrow{\text{synthèse logique}}$ Schéma à portes et bascules

Description : langage/graphique

Nombre de VI

N états →
- $< \log_2(N)$ (huffmann)
- $\lceil \log_2(N) \rceil$
- N (one-hot)
  plus rapide
  synthèse plus simple

Graphes synchrones ou asynchrones

1 seul changement de variable

changement quelconque

Les méthodes automatiques ne traitent que le synchrone !!