

La Logique floue

« Fuzzy-logic » ou « Fuzzy control »
en terminologie anglosaxonne.

Références : *Introduction à la logique floue*, P. Borne, J. Rozinoer, J. Y. Dieulot, L. Dubois, Éditions Technip.
Introduction à la logique floue et à la commande floue, Pierre Gabriel

<http://elap.montefiore.ulg.ac.be/fuzzy/>

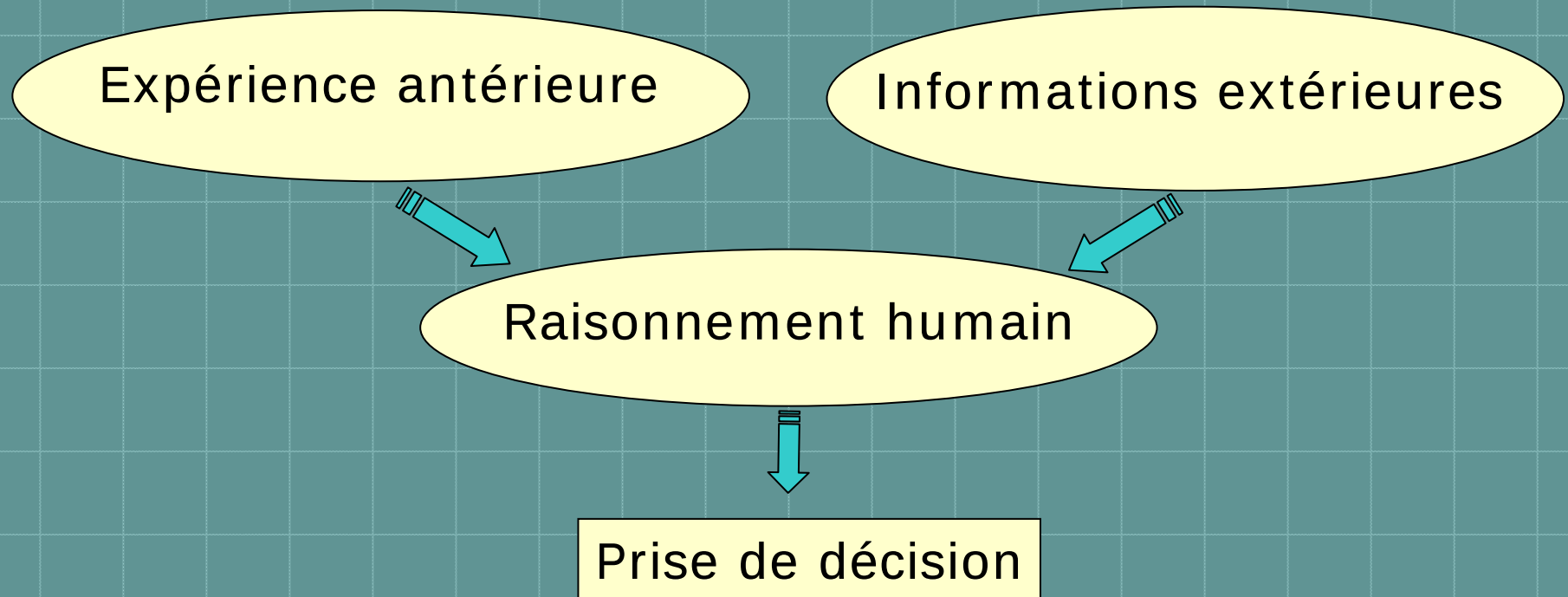
La logique floue, B. Bouchon-Meunier, Éditions Addison-Wesley France.

Sommaire

- ◆ 1 – Introduction
- ◆ 2 – Historique
- ◆ 3 – Principes de la logique floue
 - ◆ 3.1 – Variables floues
 - ◆ 3.2 – Règles d'inférences
- ◆ 4 – Les bases de la commande floue
 - ◆ 4.1 – Les fonctions d'appartenances
 - ◆ 4.2 – Les opérateurs en logique floue
 - ◆ 4.3 – Univers de discours et classes d'appartenances
- ◆ 5 – Structure d'une commande floue
 - ◆ 5.1 – Interface de fuzzification
 - ◆ 5.2 – Raisonnement flou
 - ◆ 5.3 – Interface de défuzzification
- ◆ 6 – Conclusion
- ◆ 7- Exemple d'application

1 - Introduction

- ♦ La logique floue s'inspire du mode de raisonnement de l'être humain qui évalue certaines grandeurs de façon imprécise ou vague.
- ♦ Dans un problème de régulation, l'homme ne « fonctionne » pas selon un modèle mathématique fait d'équations mais utilise des termes tels que : un peu trop chaud, aller plus vite, freiner à fond.....et ses connaissances acquises par expérience.



- ♦ En logique floue, les variables traitées ne sont pas des variables logiques (binaires) mais des **variables linguistiques** proches du langage humain.

- ◆ Ces variables sont traitées à l'aide de règles faisant référence à une certaine connaissance du comportement du système.
- ◆ Deux approches pour le réglage par logique floue :
 - ◆ Approche numérique : les règles sont appliquées aux variables par le biais d'un microprocesseur.
 - ◆ Approche analogique : les règles sont appliquées de façon analogique.
 - ◆ Les organes de contrôle par le flou sont appelés processeur digital flou ou processeur analogique flou.

- ◆ Différents domaines d'applications :
 - ◆ Appareils électroménagers (lave linge, aspirateurs).
 - ◆ Systèmes audiovisuels (appareils photos autofocus, caméscopes à stabilisateur d'images, photocopieurs).
 - ◆ Systèmes automobiles embarqués (BVA, ABS, suspension, climatisation,...).
 - ◆ Systèmes de transports (train, métro, ascenseur,...).
 - ◆ Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produits et déchets.
 - ◆ Systèmes de diagnostic et de reconnaissance.

Pourquoi un contrôle flou ?

- ◆ Un contrôleur standard (PID ou autre) demande un modèle le plus précis possible (équations) alors qu'un contrôleur flou utilise des algorithmes de réglage se basant sur des règles linguistiques du type : Si... Alors.
- ◆ Le contrôleur reste clair pour tous les utilisateurs du système.
- ◆ Pour les systèmes mal connus ou complexes, un contrôleur flou s'avère très intéressant.

2 - Historique

- ◆ 1965 : L. A. Zadeh pose les bases de la logique floue (Californie).
- ◆ 1973 : L. A. Zadeh propose d'appliquer la logique floue aux problèmes de réglage.
- ◆ 1974 : E. H. Mandani : première application sur une turbine à vapeur (Londres).
- ◆ 1985 : M. Sugeno : premiers produits industriels (Japon).
- ◆ 1995 : J. S. R. Jang : extension à l'intelligence artificielle.

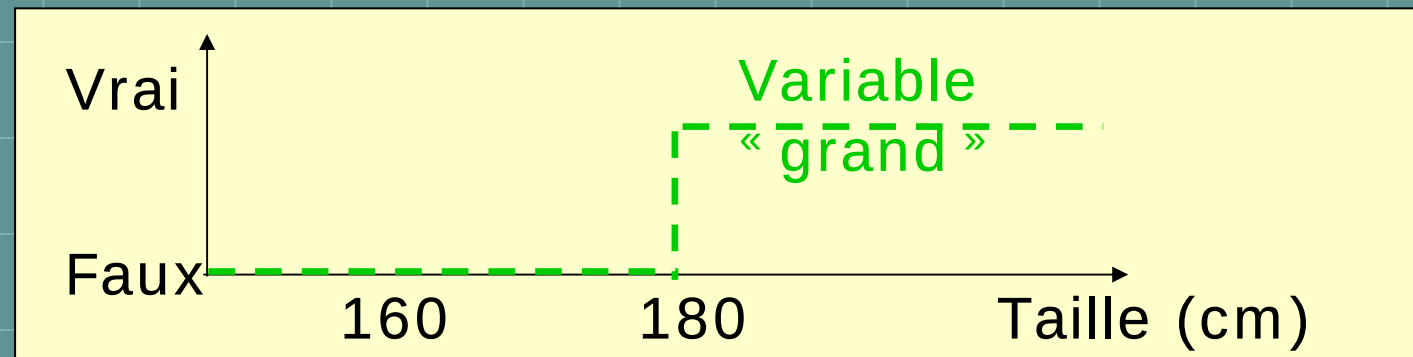
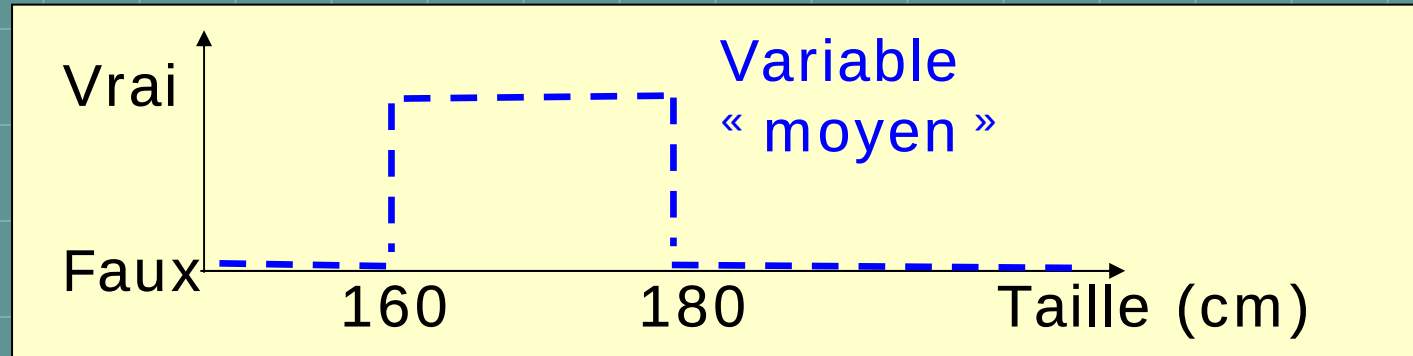
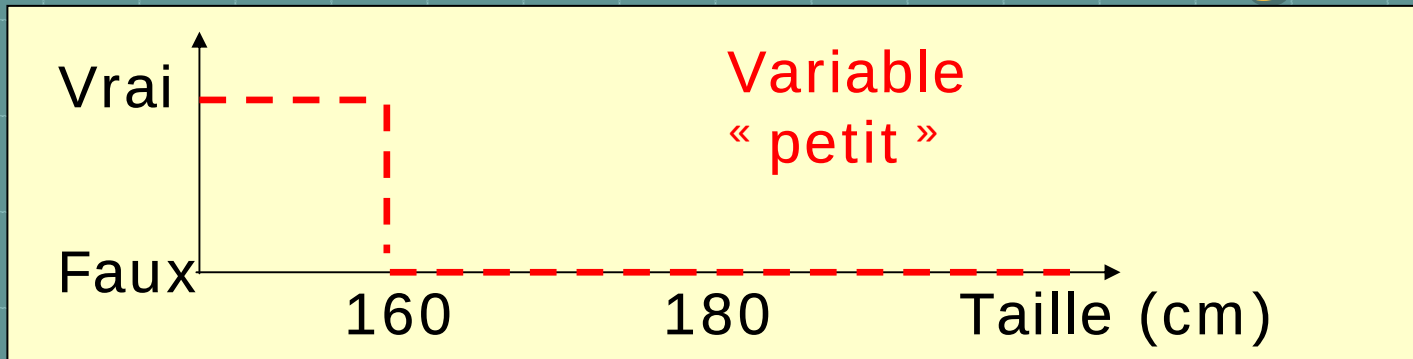
3 - Principes de la logique floue

- ♦ La logique floue est une branche des mathématiques : elle possède des règles et des principes.
- ♦ Les deux éléments indispensables à cette logique sont :
 - ♦ Les variables floues.
 - ♦ Les règles d'inférences.

3.1 - Variables floues

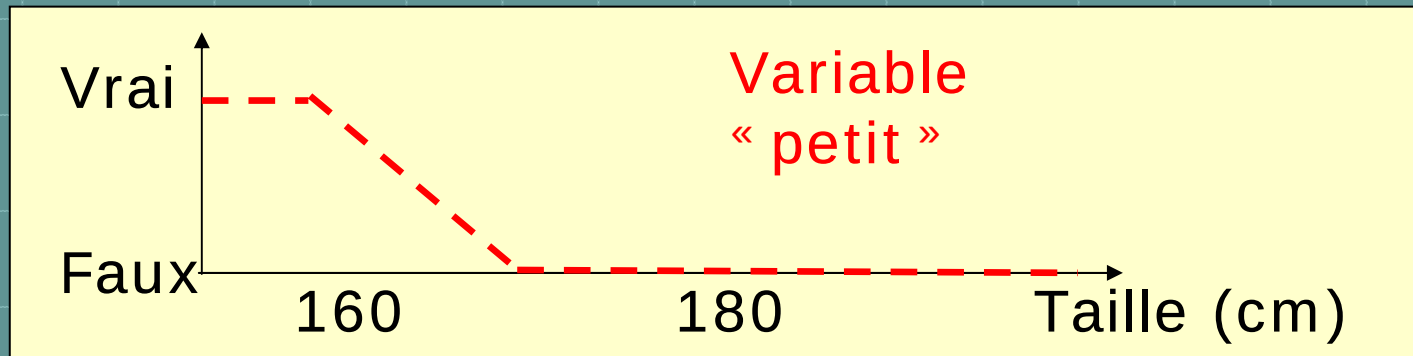
- ◆ Contrairement aux variables binaires à deux états « vrai » ou « faux », les variables floues possèdent une graduation entre l'état « vrai » et l'état « faux ».
- ◆ Exemple 1 : classement par taille d'un groupe d'individu.
 - ◆ taille inférieure à 160 cm : groupe des petits.
 - ◆ taille comprise entre 160 et 180 cm : groupe des moyens.
 - ◆ taille supérieure à 180 cm : groupe des grands.

Représentation binaire des groupes



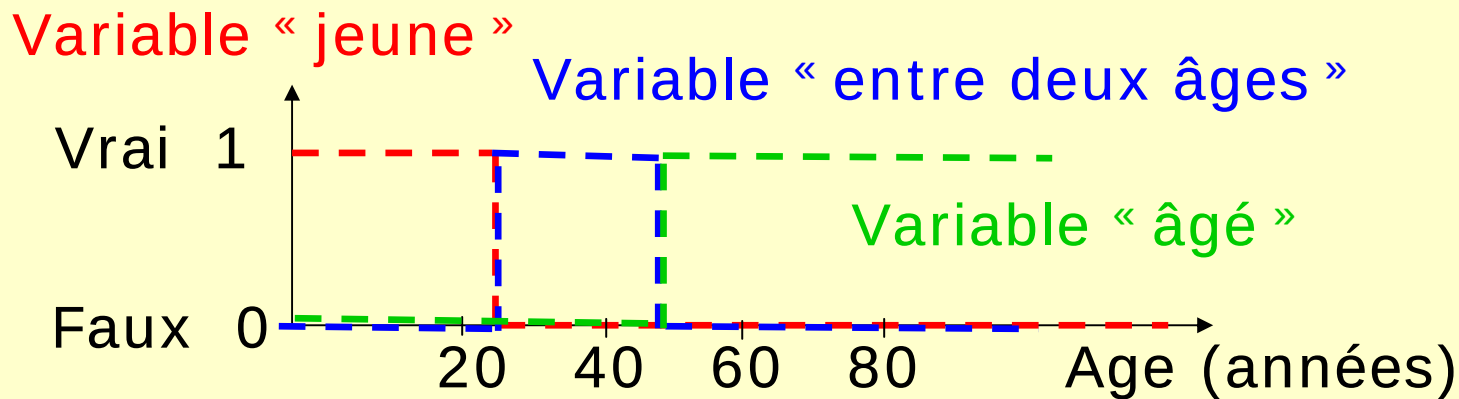
- ◆ Cette logique binaire pour classer les individus est simple mais reste **éloignée** de la façon de penser de l'être humain.
- ◆ L'homme utilise davantage des **expressions** du genre :
 - ◆ « plutôt petit » pour qualifier une taille inférieure à 160 cm.
 - ◆ « plutôt moyen » pour une taille supérieure à 160 cm.
 - ◆ « plutôt grand »...
- ◆ Le même problème peut donc être représenté à l'aide de variables prenant une infinité de valeurs : ce sont les **variables floues**.

Représentation par logique floue



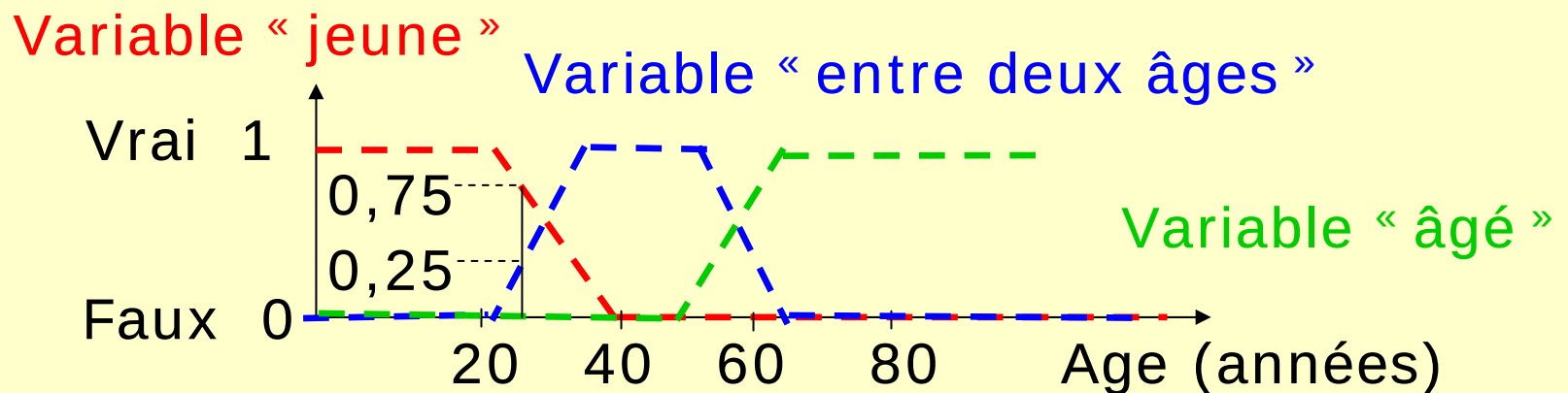
- ♦ La variable prend une **infinité** de valeurs entre le « vrai » et le « faux ».
- ♦ Cette représentation est plus **proche** de la réalité mais présente l'inconvénient d'être plus **compliquée** que la représentation binaire.

- ◆ Exemple 2 : classification des âges
 - ◆ âge inférieur à 25 ans : classe « jeune ».
 - ◆ âge entre 25 et 50 ans : classe « entre deux âges ».
 - ◆ âge supérieur à 50 ans : classe « âgé ».



- ◆ Le passage d'une tranche d'âge à une autre n'est pas brutal et se fait progressivement et individuellement.

- ◆ Les variables peuvent prendre n'importe quelles valeurs entre 0 et 1 et les limites varient progressivement :
- ◆ Une personne de 25 ans appartient à la classe « jeune » avec une valeur de 0,75 et à la classe « entre deux âges » avec une valeur de 0,25.
- ◆ Cette quantification s'appelle le degrés d'appartenance.



3.2 Règles d'inférence

- ♦ On appelle règles d'inférence l'ensemble des différentes règles reliant les variables floues d'entrée d'un système aux variables floues de sortie de ce système. Elles se présentent sous la forme :
 - ♦ **Si** condition1 **et/ou** condition2 (**et/ou...**) **alors** action sorties
- ♦ Exemple de la température d'une douche :
 - ♦ système : homme/douche.
 - ♦ variable d'entrée : température.
 - ♦ variables de sorties : robinets d'eau froide et chaude.

- ♦ Le réglage de la température se fait par **expérience** recouvrant les **préférences** et les **connaissances** de la personne :
 - ♦ **Si** la température est froide **alors** ouvrir l'eau chaude à fond.
 - ♦ **Si** la température est un peu froide **alors** fermer un peu l'eau froide.
 - ♦ **Si** la température est bonne **alors** laisser les robinets dans leurs états.
 - ♦ **Si** la température est trop chaude **alors** fermer un peu l'eau chaude.

4 – Les bases de la commande floue

4.1 – Les fonctions d'appartenance

- ◆ Toute affirmation du style « x appartient à un ensemble A » peut être affectée d'un coefficient de confiance (degrés d'appartenance).
 - ◆ Exemple : la température (x) est froide (A : sous-ensemble froid)
- ◆ Cette propriété se représente par une fonction dite fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ à valeur dans $[0,1]$.

- ◆ Un sous-ensemble flou A sera donc défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ décrivant le degré avec lequel l'élément x appartient à A.

Théorie classique :

$$\mu_A(x) = 1 \text{ si } x \in A, 0 \text{ sinon}$$

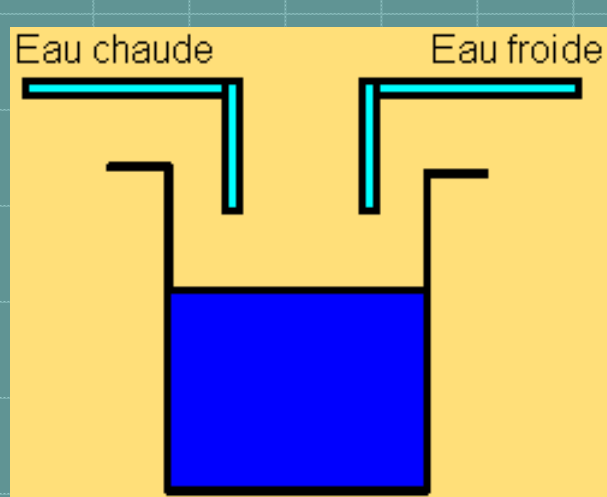
Théorie floue :

$$\mu_A(x) \in [0,1]$$

- ◆ x est appelée la **variable linguistique** (température) et les divers termes la caractérisant sont appelés **valeurs linguistiques** (chaud, tiède, froid).

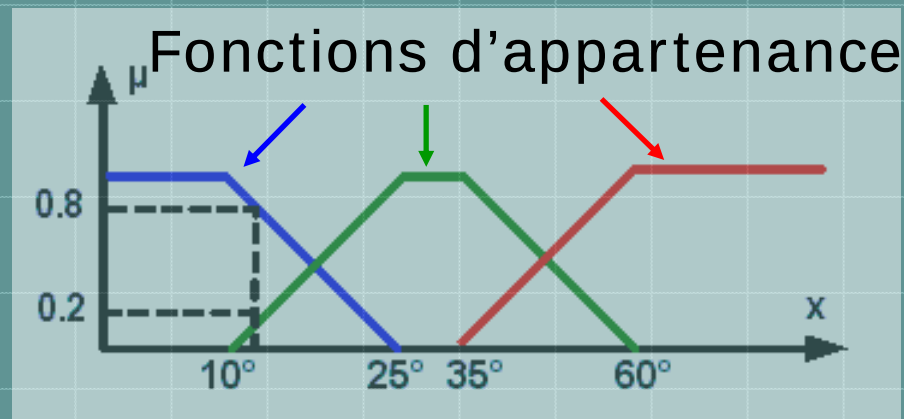
Exemple d'un mitigeur

- ♦ On désire remplir un réservoir d'eau à une température T souhaitée grâce à 3 températures d'eau d'alimentation : froide T_f , chaude T_c , tiède T_d .



- ♦ Si l'eau est froide $\Rightarrow$ mettre de l'eau chaude
- ♦ Si l'eau est tiède $\Rightarrow$ mettre de l'eau tiède
- ♦ Si l'eau est chaude $\Rightarrow$ mettre de l'eau froide

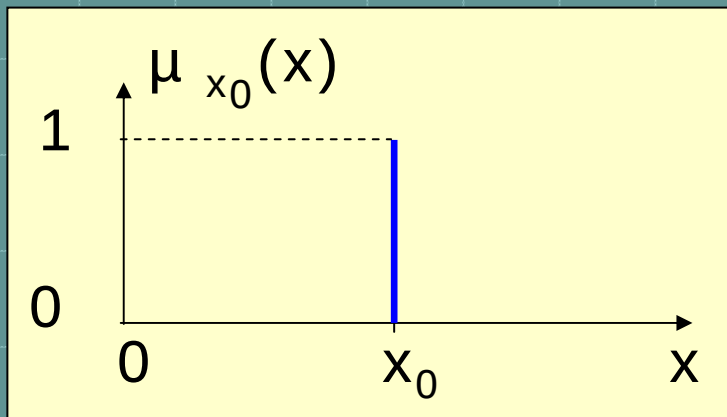
- ♦ Variable linguistique : température ; valeurs linguistiques : froid, tiède, chaud.
- ♦ Les valeurs froid, tiède, chaud avec leurs classes d'appartenances définissent trois ensembles flous.



- ♦ Une température de 12°C appartient avec un degrés d'appartenance $\mu = 0,8$ à l'ensemble froid et $\mu = 0,2$ à l'ensemble tiède.

Formats des fonctions d'appartenance

- ◆ Les fonctions d'appartenance les plus utilisées sont trapézoïdales ou triangulaires.
- ◆ Un fait certain a une fonction d'appartenance égale à 1 (le sous-ensemble est alors représenté par un singleton).

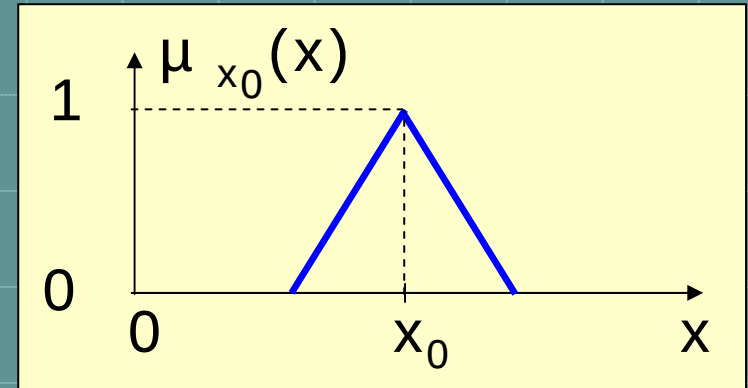


- ◆ Fait certain : singleton

$$\mu_{x_0}(x) = 1 \text{ si } x = x_0$$

$$\mu_{x_0}(x) = 0 \text{ sinon}$$

- ◆ Un fait **incertain** tel que x est à peu près égal à x_0 aura une fonction d'appartenance en forme de **triangle**.



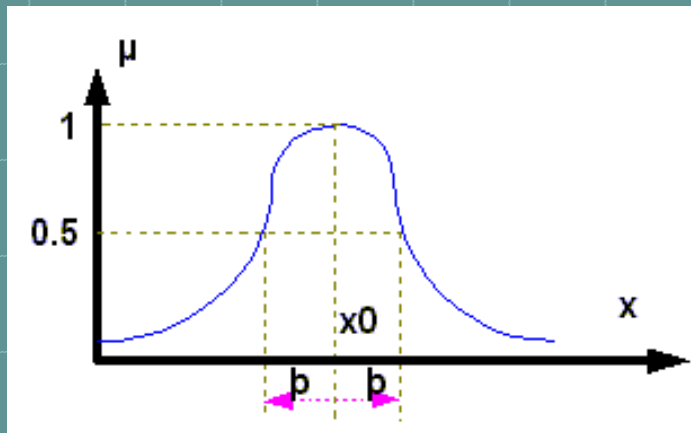
- ◆ L'affirmation x à peu près compris entre x_1 et x_2 correspond à une fonction d'appartenance **trapézoïdale**.

$$\mu_{\text{froide}}(x) = 1 \text{ si } x \in [0, 10]$$

cas du mitigeur $\mu_{\text{froide}}(x) = (25-x)/15 \text{ si } x \in [10, 25]$

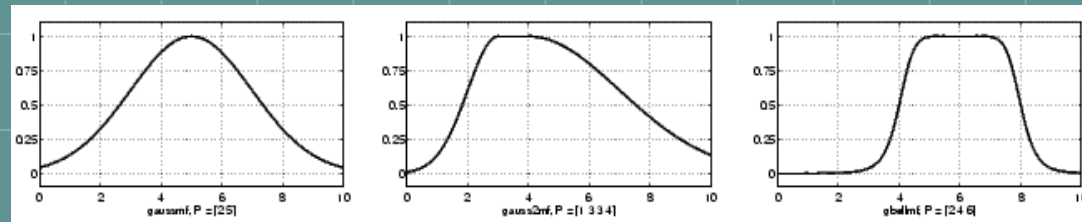
$$\mu_{\text{froide}}(x) = 0 \text{ si } x \geq 25$$

- ♦ Autres fonctions d'appartenance :
 - ♦ Forme de cloche et gaussienne

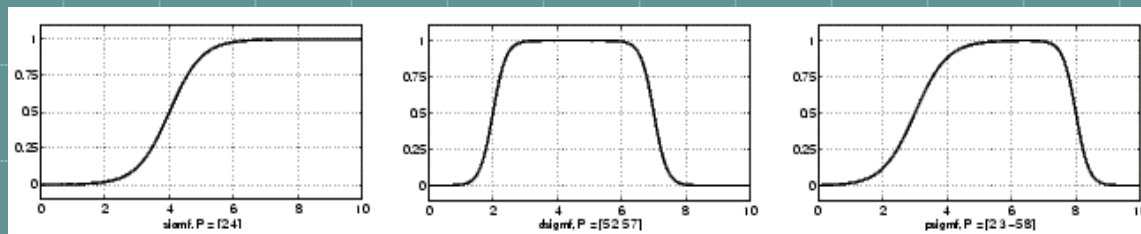


$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{(x - x_0)^2}{b} \right)} ; -\infty < x < \infty$$

b impose la largeur du domaine



- ♦ Forme Sigmoide



4.2 Les opérateurs en logique floue

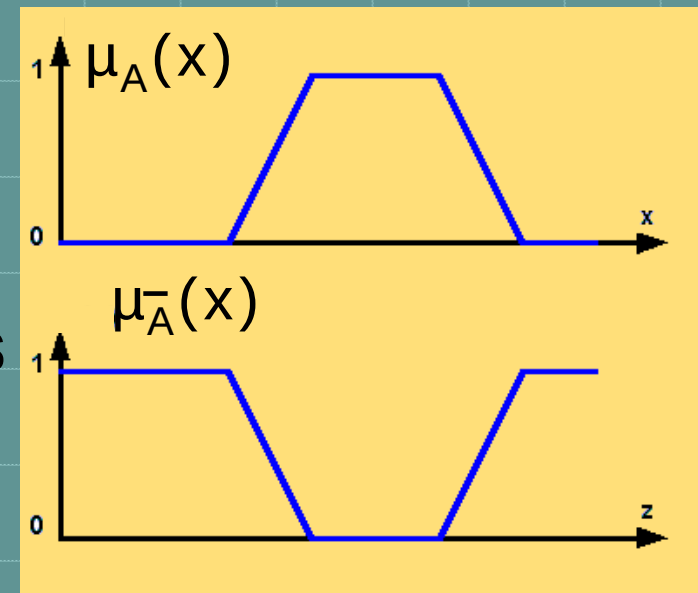
- ♦ Il est nécessaire de **composer** avec les différentes fonctions d'appartenance de plusieurs sous-ensembles.
- ♦ Exemples :
 - ♦ L'air est froid **et** le vent est fort.
 - ♦ Si l'air est froid **ou** le vent est fort (alors fermer la porte).
- ♦ **Trois opérateurs** : ET, OU et la négation.

L'opérateur NON

- ♦ Aussi appelé Non, complément, négation, inverse.
- ♦ Exemple : L'air est froid $\Rightarrow$ L'air n'est pas froid.
- ♦ Cette propriété est caractérisée de façon évidente par :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Un objet peut donc appartenir
à **un ensemble** et en même temps
à son **complément**.

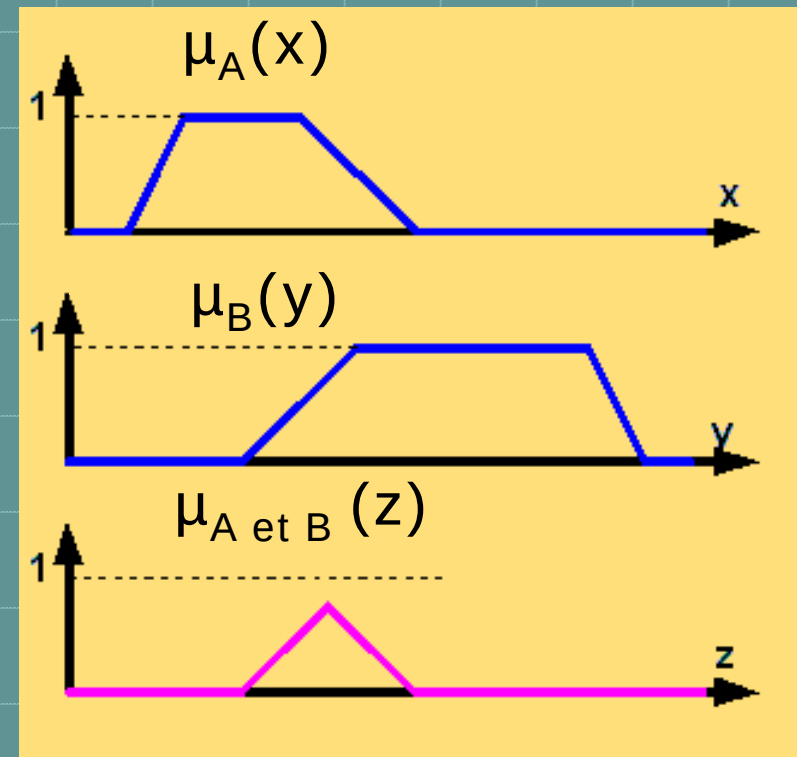


L'opérateur ET (intersection)

- ◆ Exemple : L'air est froid **et** le vent est fort.
- ◆ La solution la plus simple et la plus utilisée est l'opérateur minimum :

$$\mu_{A \text{ et } B}(z) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$$

- ◆ Remarques :
 - ◆ $\mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$ existe.
 - ◆ Le produit résultant n'atteint pas forcément 1.
 - ◆ L'opérateur est commutatif et associatif.

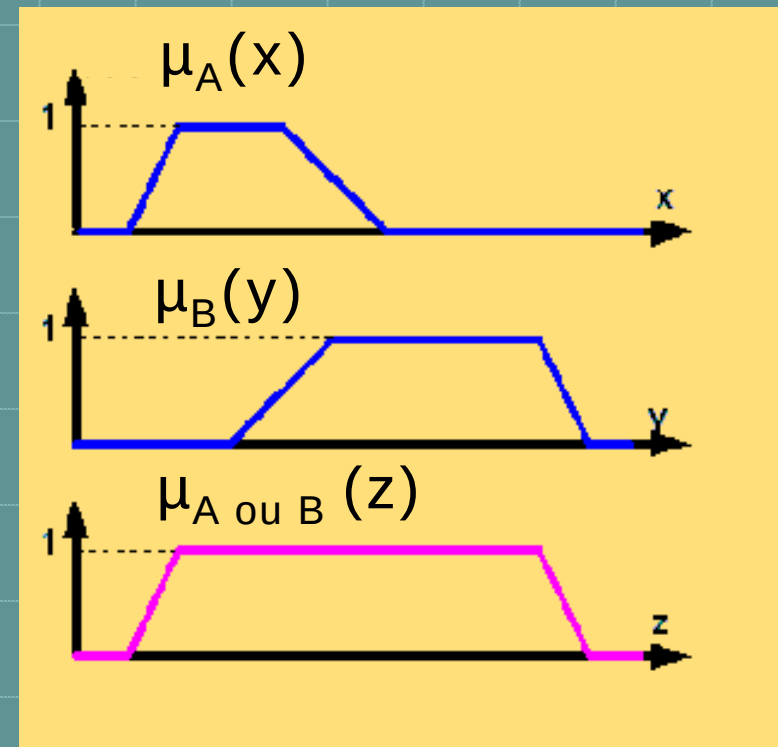


L'opérateur OU (union)

- ◆ Exemple : L'air est froid ou le vent est fort.
- ◆ La solution la plus simple et la plus utilisée est l'opérateur maximum :

$$\mu_{A \text{ ou } B}(z) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \}$$

- ◆ Remarques :
 - ◆ Le produit résultant peut atteindre plusieurs fois 1.
 - ◆ L'opérateur est commutatif et associatif.



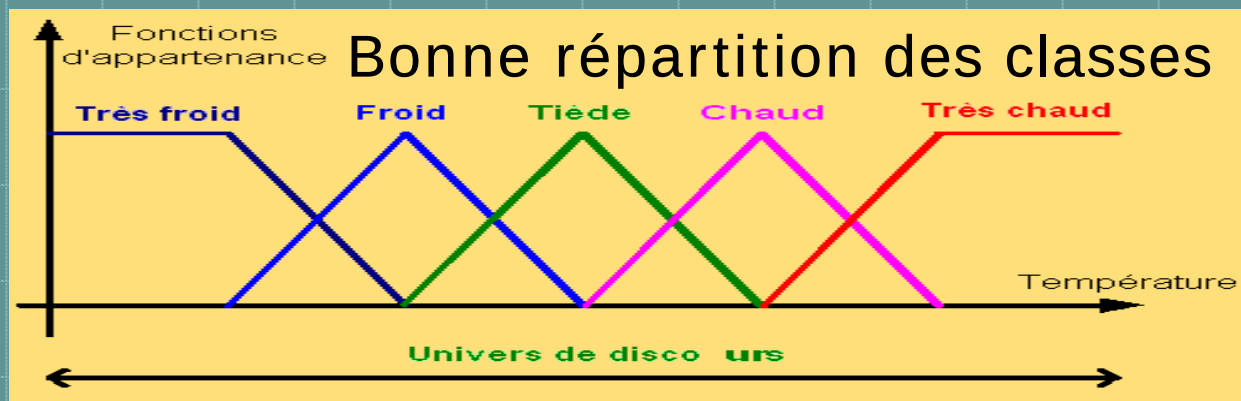
4.3 Univers de discours et classes d'appartenance

- ◆ Pour décrire un paramètre (exemple température), plusieurs mots ou **prédicats** peuvent être utilisés : chaud, froid, tiède ou très chaud, assez chaud, tiède, assez froid, très froid.
- ◆ Chacun de ces prédicats possède une fonction d'appartenance
- ◆ L'**univers de discours** sera considéré comme le domaine de fonctionnement du processus. Il couvre l'ensemble des valeurs prises par une variable.

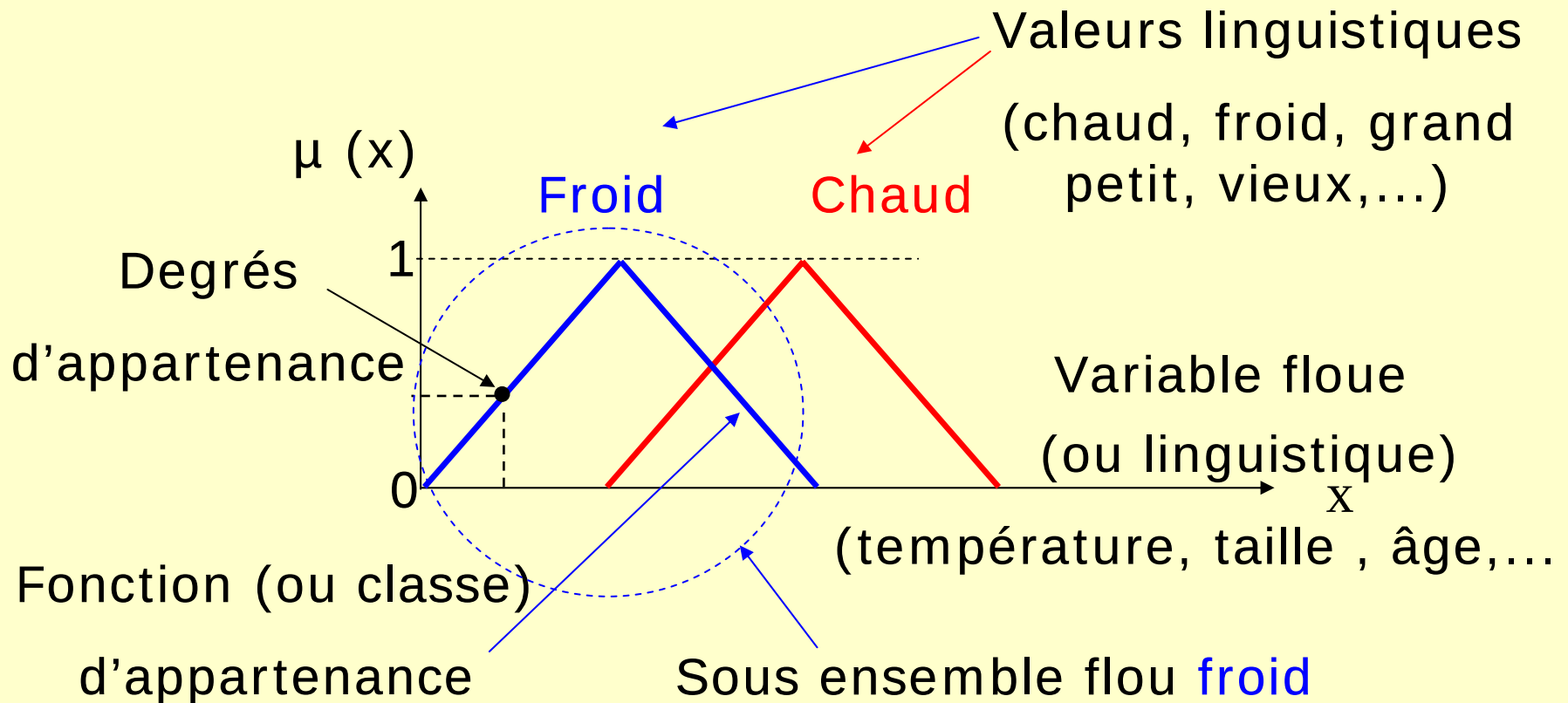
- ◆ Questions :
 - ◆ Combien de prédicats sont nécessaires ?
 - ◆ Comment les choisir ?
 - ◆ Est il nécessaire d'utiliser chaque prédicat ?
- ◆ Le nombre de prédicats dépend de la façon dont la personne décrit le processus et de la précision mais en général, 5 est un bon compromis (parfois 3).
- ◆ Petit, moyen, grand ou négatif, positif, proche de zéro servent à la régulation.

- ◆ Règles à utiliser :

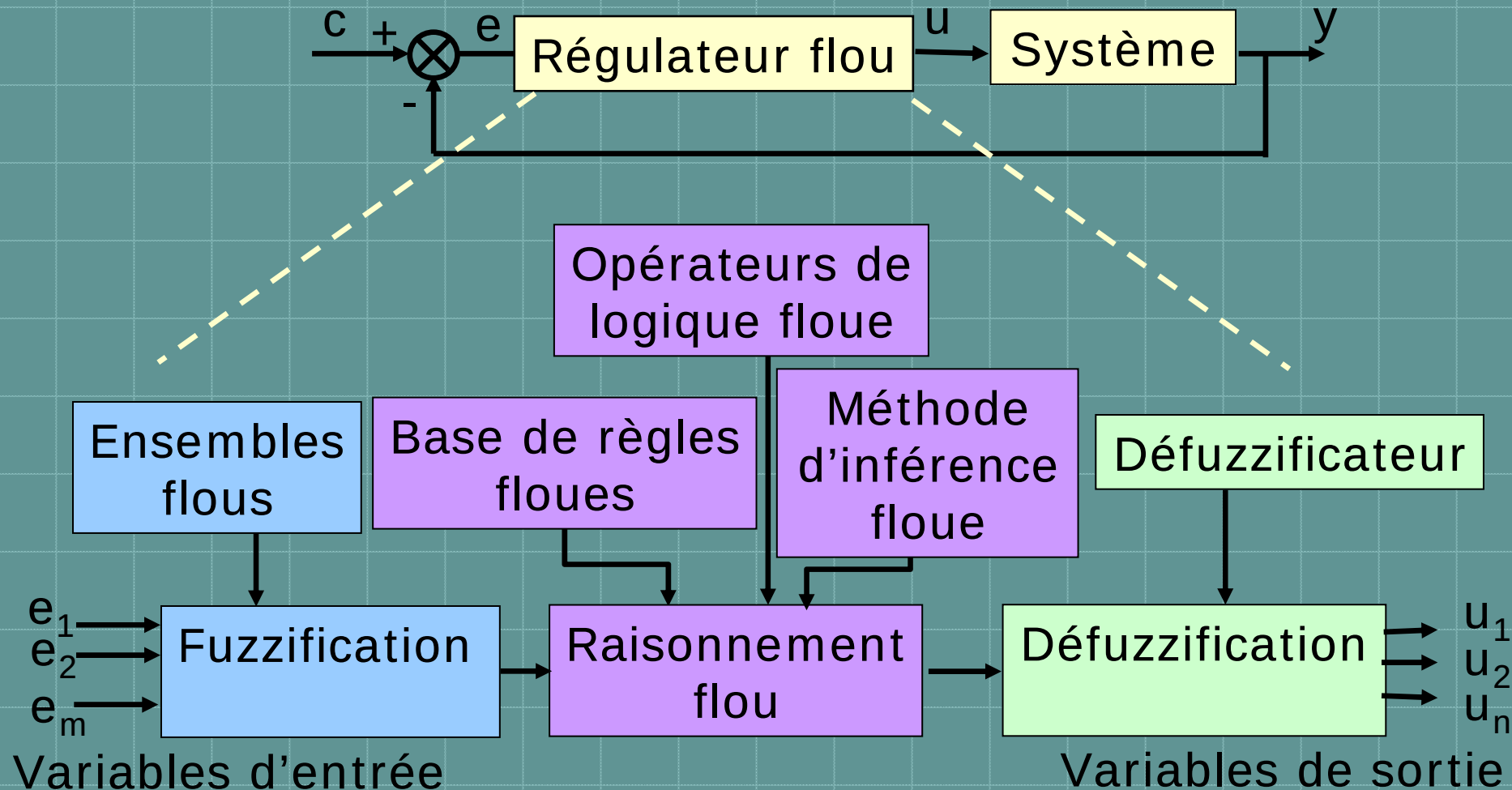
- ◆ L'intersection entre 2 prédicats consécutifs doit être non nulle de façon à exercer une pondération sur la commande.
- ◆ Le chevauchement des variables doit être suffisant pour permettre une description continue des variables mais pas trop important pour limiter l'imprécision.
- ◆ Éviter que les fonctions d'appartenance de 2 prédicats voisins soient simultanément égales à 1.



Récapitulatif



5 – Structure d'une commande floue



5.1 – Interface de fuzzification

- ◆ Le principe de fuzzification consiste à attribuer à la valeur réelle de chaque entrée, au temps t , sa fonction d'appartenance à chacune des classes préalablement définies. Les entrées réelles sont transformées en sous ensembles flous
- ◆ Deux étapes pour la fuzzification :
 - ◆ Définition des classes d'appartenances de toutes les variables d'entrée.
 - ◆ Passage de la grandeur physique (température, pression, âge, ...) à une variable linguistique.

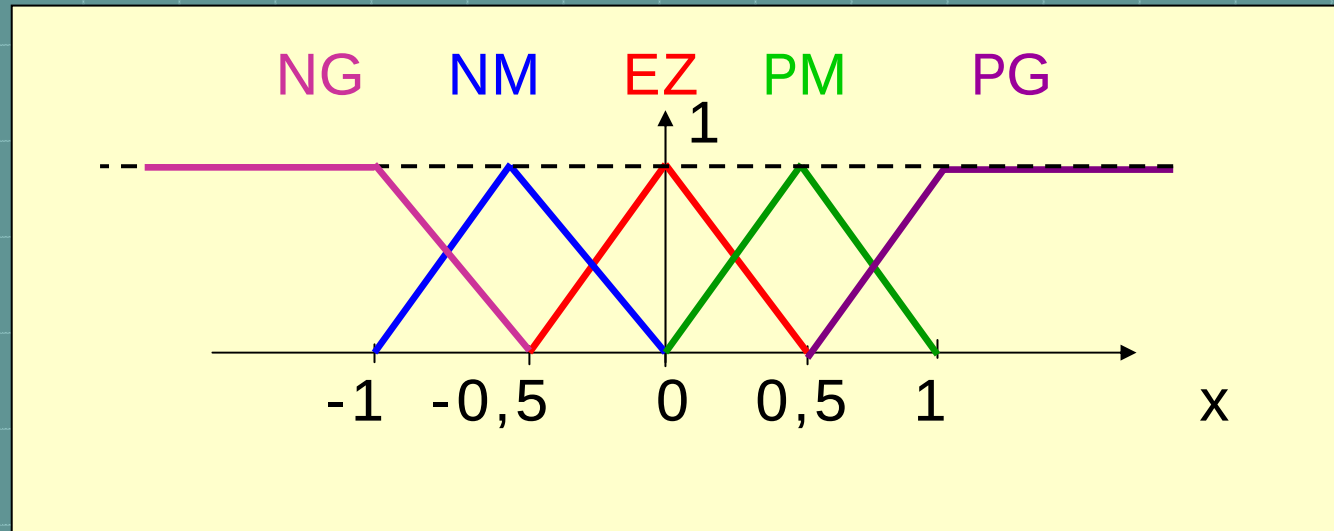
Choix de l'opérateur de fuzzification

- ♦ L'opérateur de fuzzification associe à une mesure de la variable x_0 une fonction d'appartenance $\mu_{x_0}(x)$.
- ♦ Si la mesure de x_0 est exacte, la fonction d'appartenance utilisée est le singleton.
- ♦ Si la mesure est incertaine, la fonction d'appartenance généralement utilisée est de forme triangulaire ou trapézoïdale.

Exemple

- ♦ Soit une grandeur x définie par 5 sous ensembles flous : NG (négatif grand), NM (négatif moyen), EZ (environ 0), PM (positif moyen), PG (positif grand)
- ♦ $x = 0,6 \Rightarrow$ on associe $\mu_{PM}(0,6)=0,80$ et $\mu_{PG}(0,6)=0,20$
- ♦ $x = -0,05 \Rightarrow$ on associe $\mu_{EZ}(-0,05)=0,90$ et $\mu_{NM}(-0,05)=0,1$

- ♦ A chaque variable linguistique d'entrée x , on fait correspondre une valeur linguistique (négatif grand, négatif moyen,...) avec un degrés d'appartenance



5.2 – Raisonnement flou

- ◆ Cette partie concerne, en plus des opérateurs logiques flous déjà vus, les bases de règles et les mécanismes d'inférences.

5.2.1 – Base de règles et définitions

- ◆ L'utilisation d'une base de règles nécessite l'existence, pour chaque univers de discours, de sous ensemble flous particuliers.

- ♦ La définition des sous ensembles flous permettant de recouvrir l'univers de discours correspond à ce que l'on appelle la **partition floue** de cet univers.
- ♦ Après réalisation de la partition floue, la **base de règles** peut être définie : elle caractérise les relations entre les variables d'entrées et la variable de sortie (les variables étant exprimées comme variables linguistiques).
- ♦ Pour n univers de discours possédant chacun m_i sous ensembles, le nombre maximum de règles est :

$$r_{max} = \prod_{i=1}^n m_i$$

Exemple

- ♦ Soient 2 entrées x_1 et x_2 et une sortie x_r définies par les 5 sous ensembles (NG, NM, EZ, PM, PG).
- ♦ Description de la base de règles :
 - ♦ **Si (x_1 NG et x_2 EZ) Alors x_r PG ou**
Si (x_1 NG et x_2 PM) Alors x_r PM ou
Si (x_1 NM et x_2 EZ) Alors x_r PM ou
Si (x_1 NM et x_2 PM) Alors x_r EZ ou
Si (x_1 NM et x_2 PG) Alors x_r NM ou
.....
Si (x_1 PG et x_2 EZ) Alors x_r NG.

♦ Tableau récapitulatif :

		x_r				
$x_2 \backslash x_1$	NG	NM	EZ	PM	PG	
NG			PG	PM		
NM			PM	EZ	NM	
EZ	PG	PM	EZ	NM	NG	
PM	PM	EZ	NM			
PG		NM	NG			

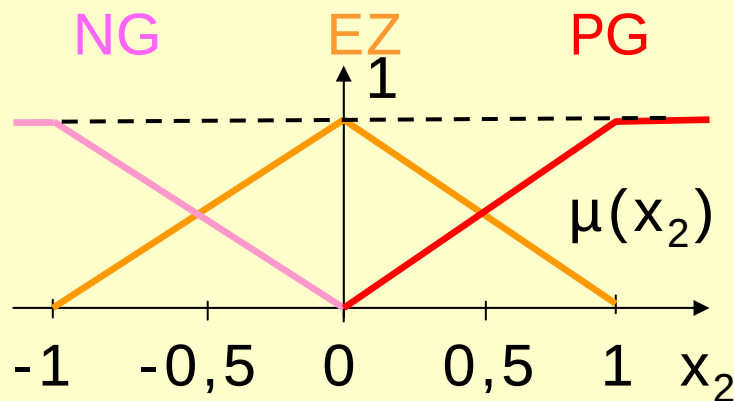
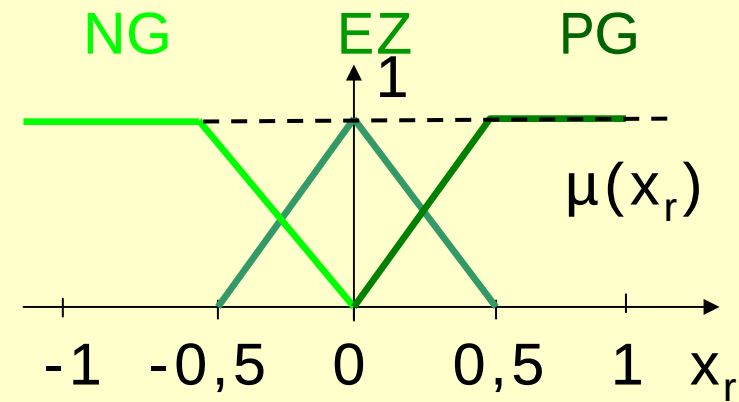
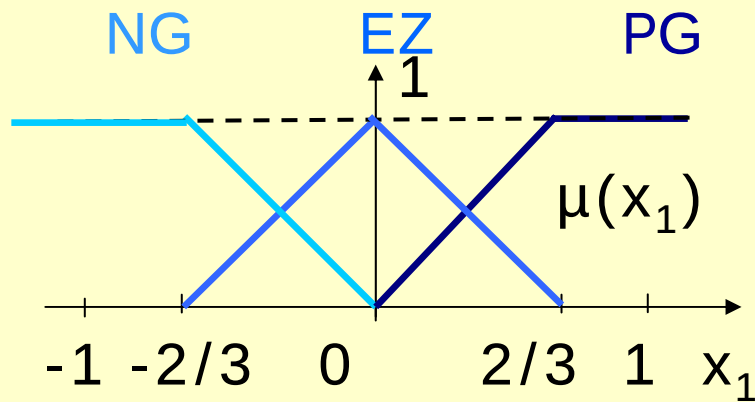
♦ En général, le nombre de règles est inférieur à $r_{\max}$ et le tableau n'est pas forcément complet.

5.2.2 – Mécanismes d'inférence

- ◆ Les méthodes d'inférence permettent la réalisation des différents opérateurs ET, OU, ALORS,... Intervenant dans les règles d'inférence et s'appliquant aux fonctions d'appartenance.
- ◆ Trois méthodes sont généralement utilisées :
 - ◆ Méthode d'inférence max-min.
 - ◆ Méthode d'inférence max-prod.
 - ◆ Méthode d'inférence somme-prod.

Exemple d'application

- ◆ Supposons 2 entrées x_1 et x_2 ($x_1=0,44$; $x_2=-0,67$) et une sortie x_r définies par les sous ensembles suivants :



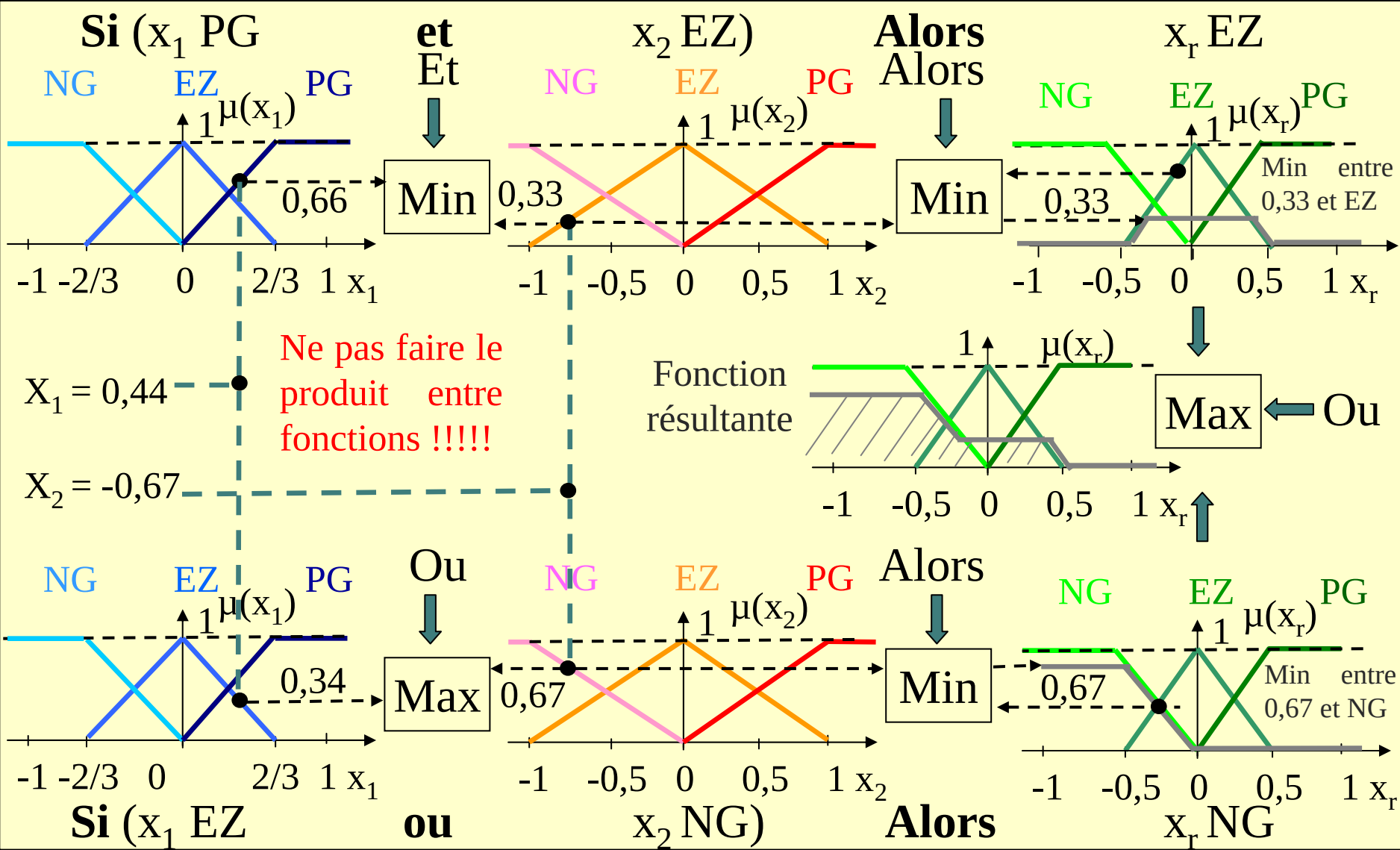
- ◆ base de règles :

Si (x_1 PG **et** x_2 EZ) **Alors** x_r EZ
ou

Si (x_1 EZ **ou** x_2 NG) **Alors** x_r NG

Méthode Max-Min

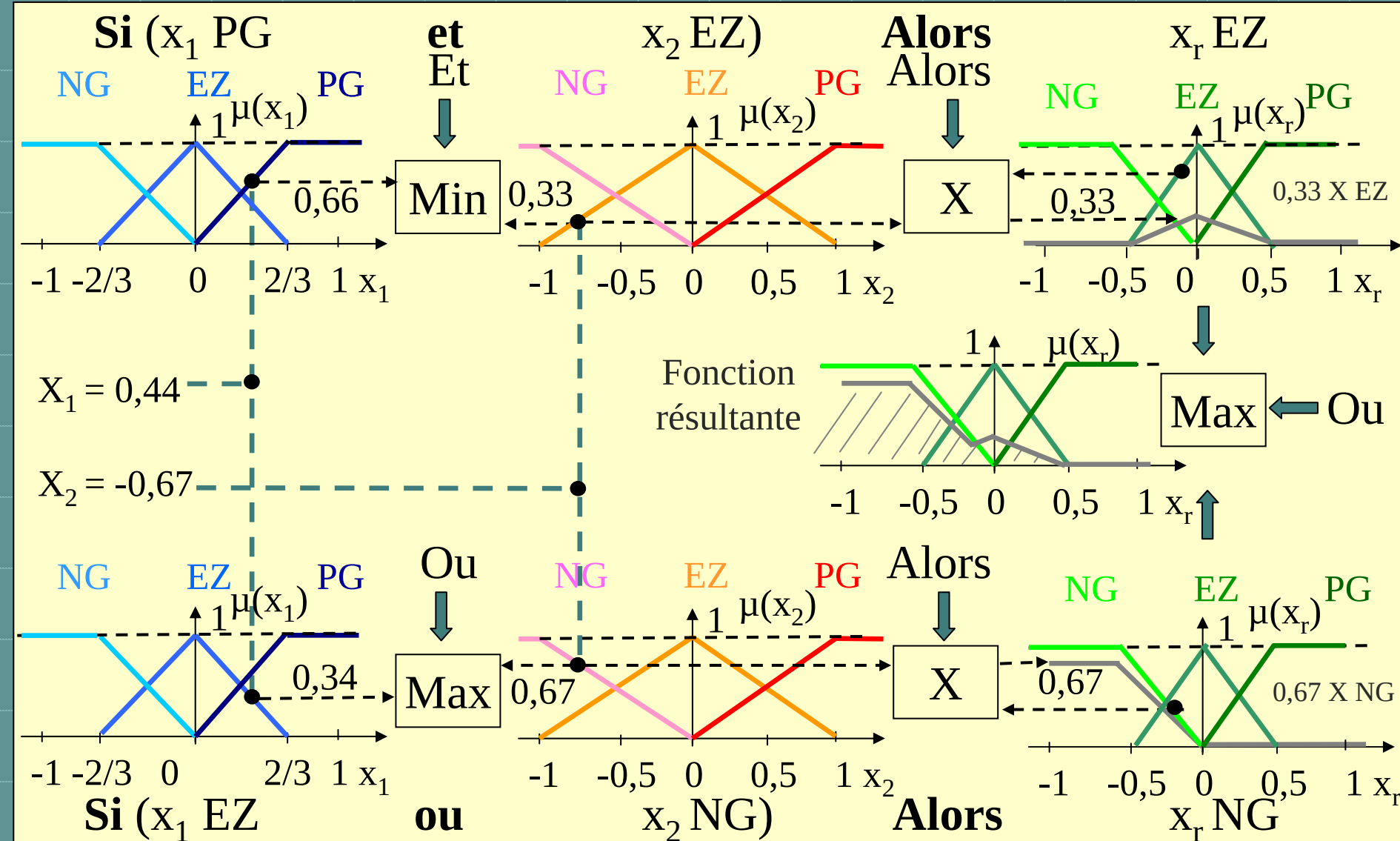
Condition : Et $\Rightarrow$ Min, Ou $\Rightarrow$ Max
 Conclusion : Ou $\Rightarrow$ Max, Alors $\Rightarrow$ Min



Méthode Max-Prod

Condition : Et $\Rightarrow$ Min, Ou $\Rightarrow$ Max

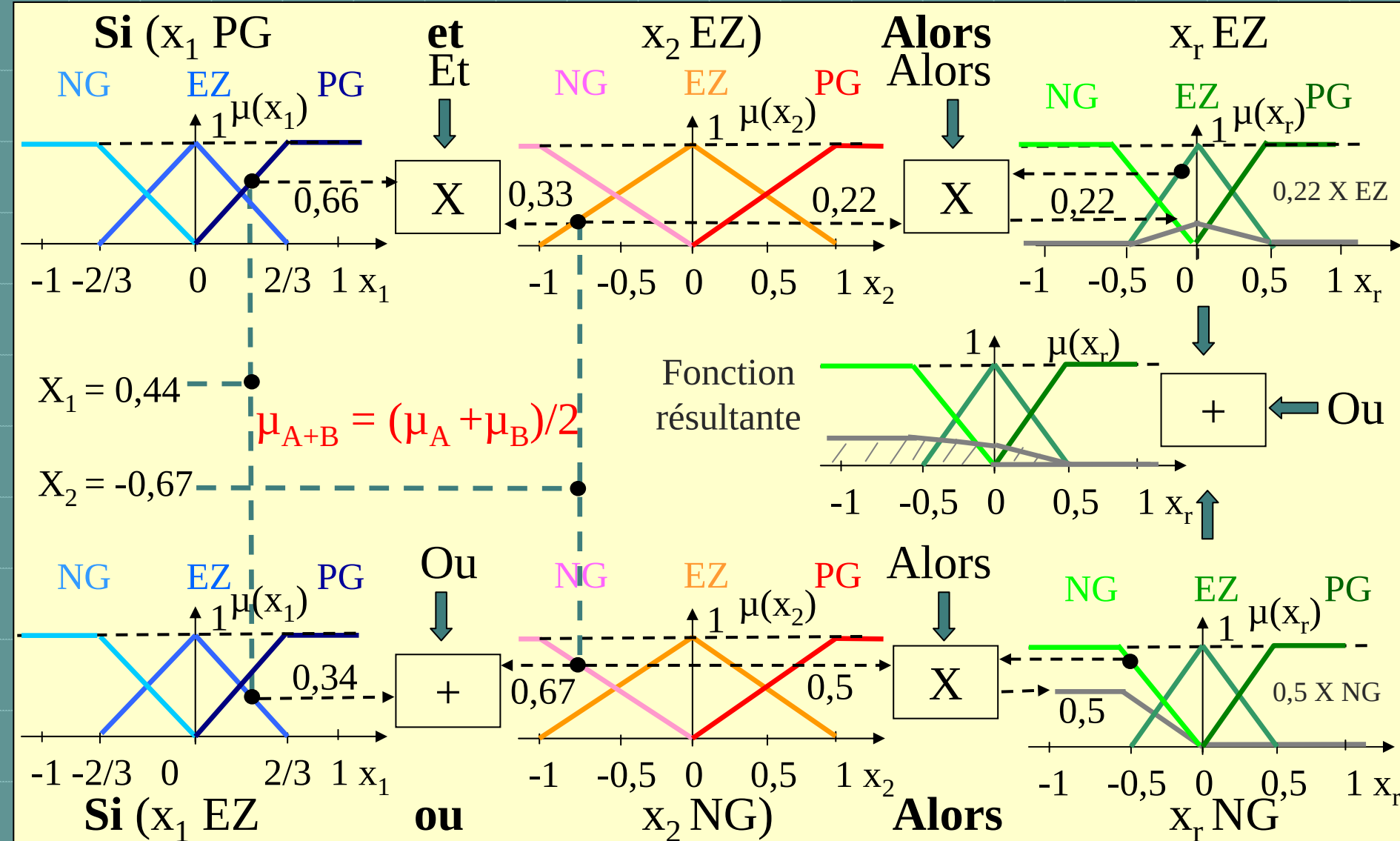
Conclusion : Ou $\Rightarrow$ Max, Alors $\Rightarrow$ Prod



Méthode Som-Prod

Condition : Et $\Rightarrow$ Prod, Ou $\Rightarrow$ Som.

Conclusion : Ou $\Rightarrow$ Som, Alors $\Rightarrow$ Prod

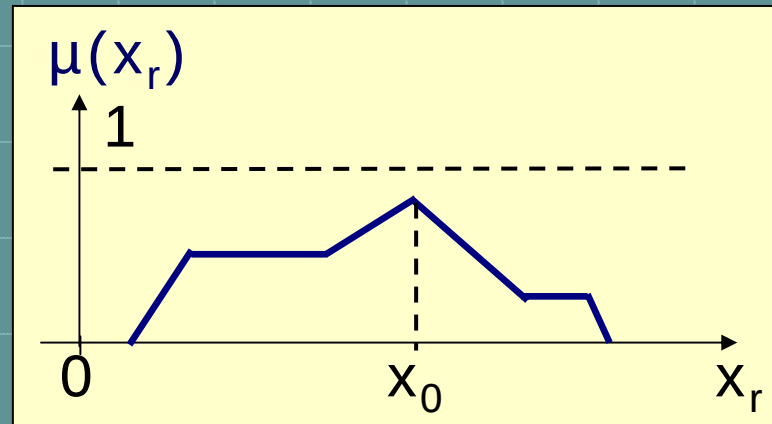


5.3 – Interface de défuzzification

- ◆ Les méthodes d'inférence fournissent une fonction d'appartenance pour la variable de sortie (fonctions obtenues précédemment).
- ◆ Ces informations floues doivent être transformées en grandeur physique pour la commande du système : c'est la défuzzification.
- ◆ Trois méthodes sont utilisées :
 - ◆ Méthode du maximum.
 - ◆ Méthode du barycentre.
 - ◆ Méthode de la somme pondérée.

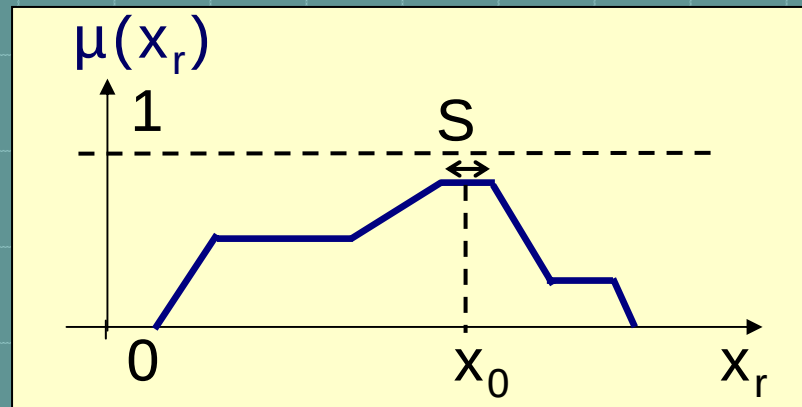
Méthode du maximum

- ◆ Cette méthode consiste à choisir comme valeur de sortie celle correspondant à l'abscisse du **maximum** de la fonction d'appartenance.

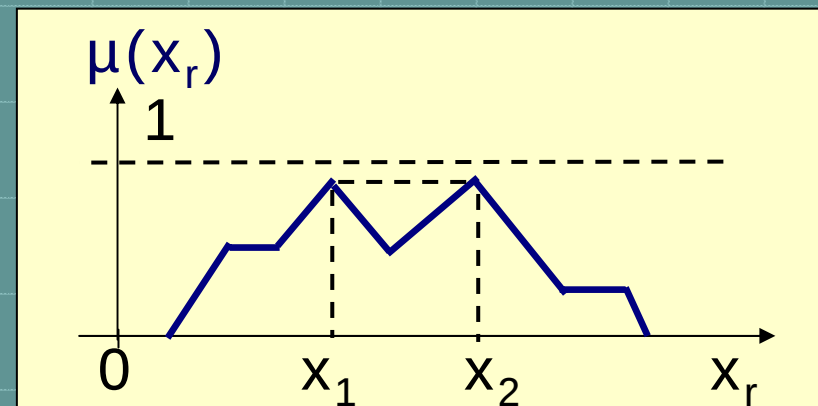


- ◆ Cette méthode est simple, rapide et facile à réaliser mais introduit des **ambiguïtés** dans certains cas.

- ◆ Dans le cas où plusieurs sous ensembles auraient même hauteur, on réalise leur **moyenne** : cette méthode est appelée « **moyenne des maximas** » (on prend la moyenne des abscisses du maximum).



- ◆ Il reste un cas ambiguë où la moyenne ne **correspond pas** à un maximum !

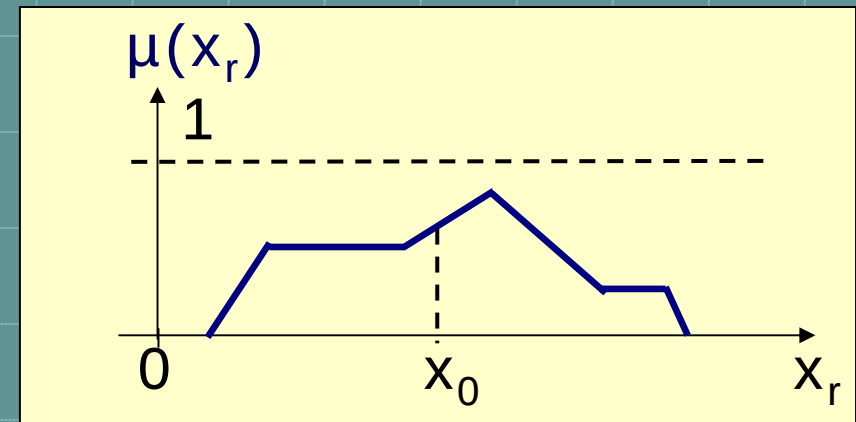


Méthode du barycentre

- ◆ Cette méthode est la plus coûteuse en temps de calcul mais la plus utilisée.
- ◆ Elle consiste à prendre comme valeur de sortie l'abscisse du centre de gravité de la surface de la fonction d'appartenance résultante.

$$x_0 = \frac{\int_U x_r \mu(x_r) dx_r}{\int_U \mu(x_r) dx_r}$$

U : domaine d'intégration

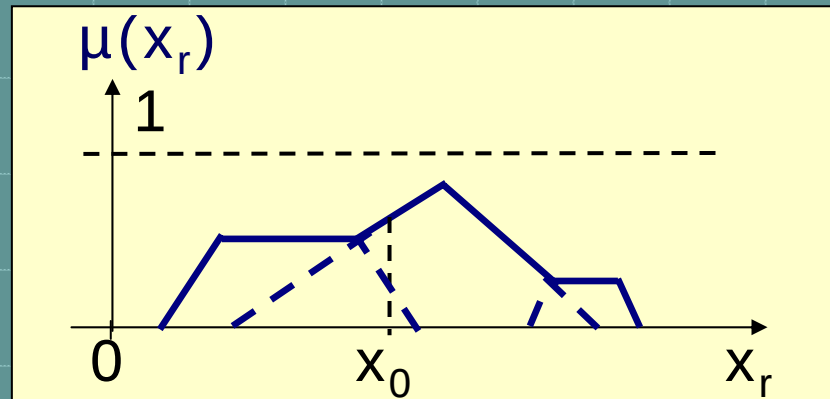


- ◆ Si les sous ensembles flous sont des **singletons**, la formule précédente devient :

(n_i nombre de sous ensemble flous)

$$X_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} x_{ri} \mu(x_{ri})}{\sum_{i=1}^{n_i} \mu(x_{ri})}$$

- ◆ Cette méthode peut être simplifiée en prenant chaque sous ensemble **séparément** et en calculant son **propre barycentre**. La valeur de sortie utilisée correspond à la **moyenne** de tous les barycentres.



Méthode de la somme pondérée

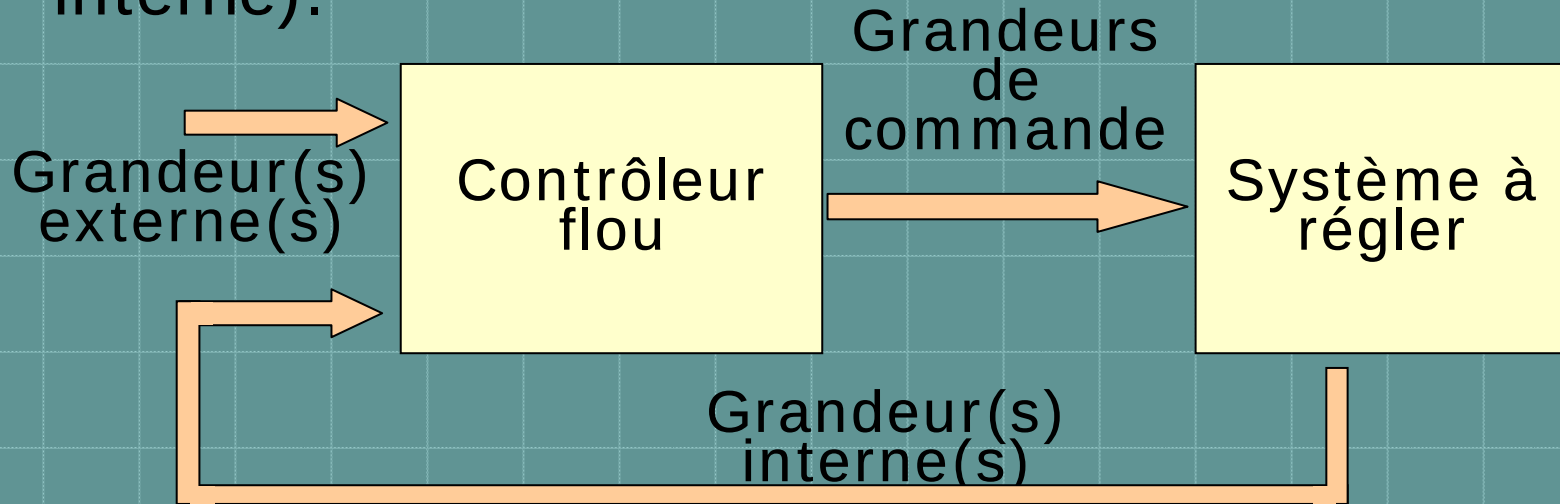
- ◆ Cette méthode est un **compromis** entre la méthode du maximum et la méthode du barycentre.
- ◆ On calcule **individuellement** les sorties relatives à chaque règle selon le principe de la **moyenne des maximas**.
- ◆ On réalise ensuite la **moyenne pondérée** de toutes ces sorties relatives.

6 - Conclusions

- ♦ Avantages de la logique floue :
 - ♦ Pas besoin de modèles théoriques.
 - ♦ Description de systèmes complexes.
- ♦ Inconvénients de la logique floue :
 - ♦ Absences de règles et de directives précises.
 - ♦ Approche « artisanale » du problème (intuition).
- ♦ Exemple de processeurs intégrant la logique floue :
W.A.R.P. (Weight Associative Rule Processor) de SGS-THOMSON :
 - ♦ 256 règles traitées, 16 entrées, 16 sorties, méthode de centre de gravité (200 μ s pour 200 règles).

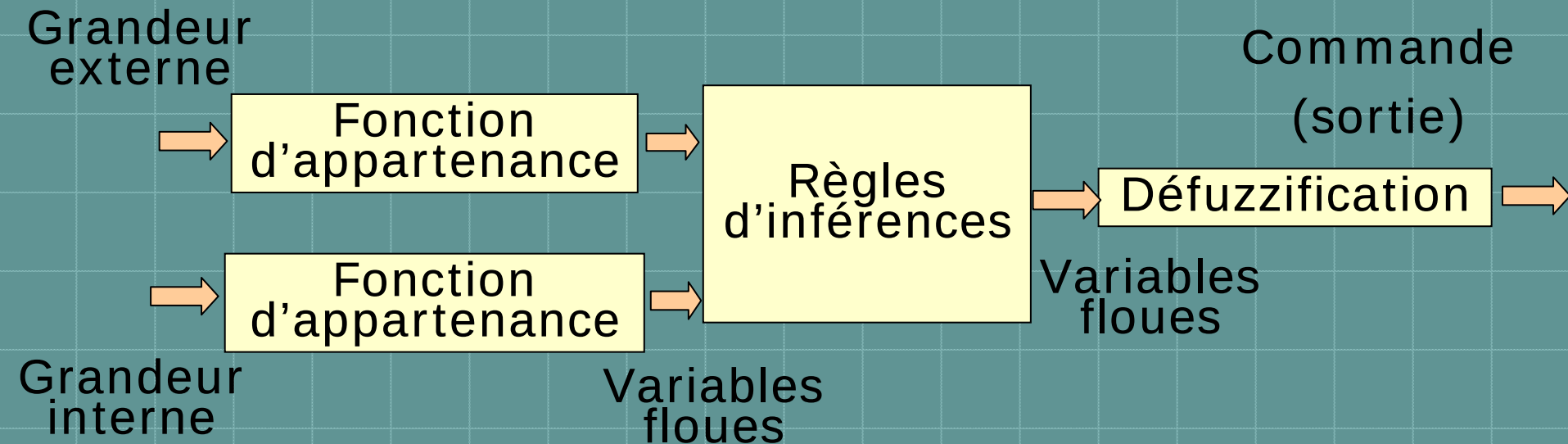
7 – Exemple d'application

- ♦ On désire commander l'installation de chauffage d'un immeuble à l'aide de deux sondes de température :
 - ♦ Une sonde à l'extérieur de l'immeuble (grandeur externe).
 - ♦ Une sonde à l'intérieur de l'immeuble (grandeur interne).



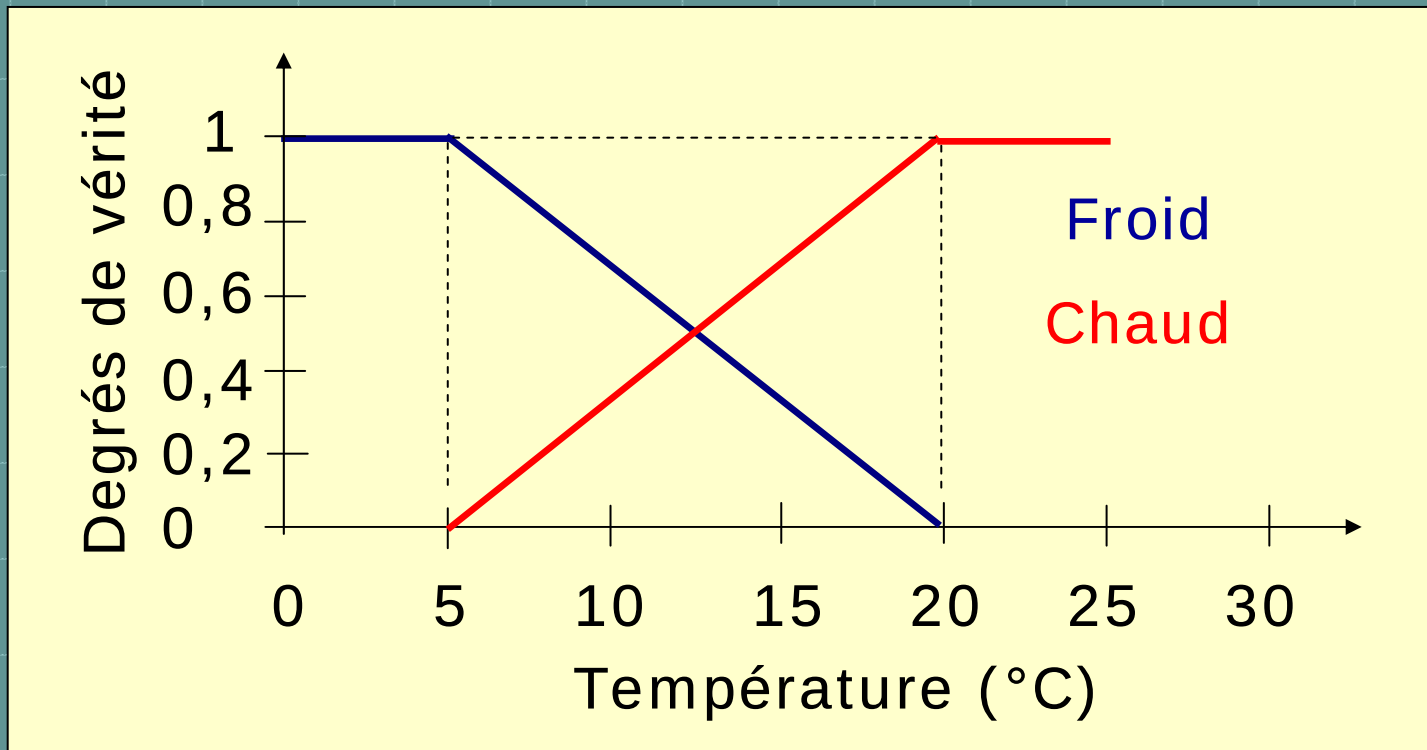
♦ Le but est de réaliser un **contrôleur flou** réglant la puissance de l'installation de chauffage.

♦ Structure du contrôleur flou :



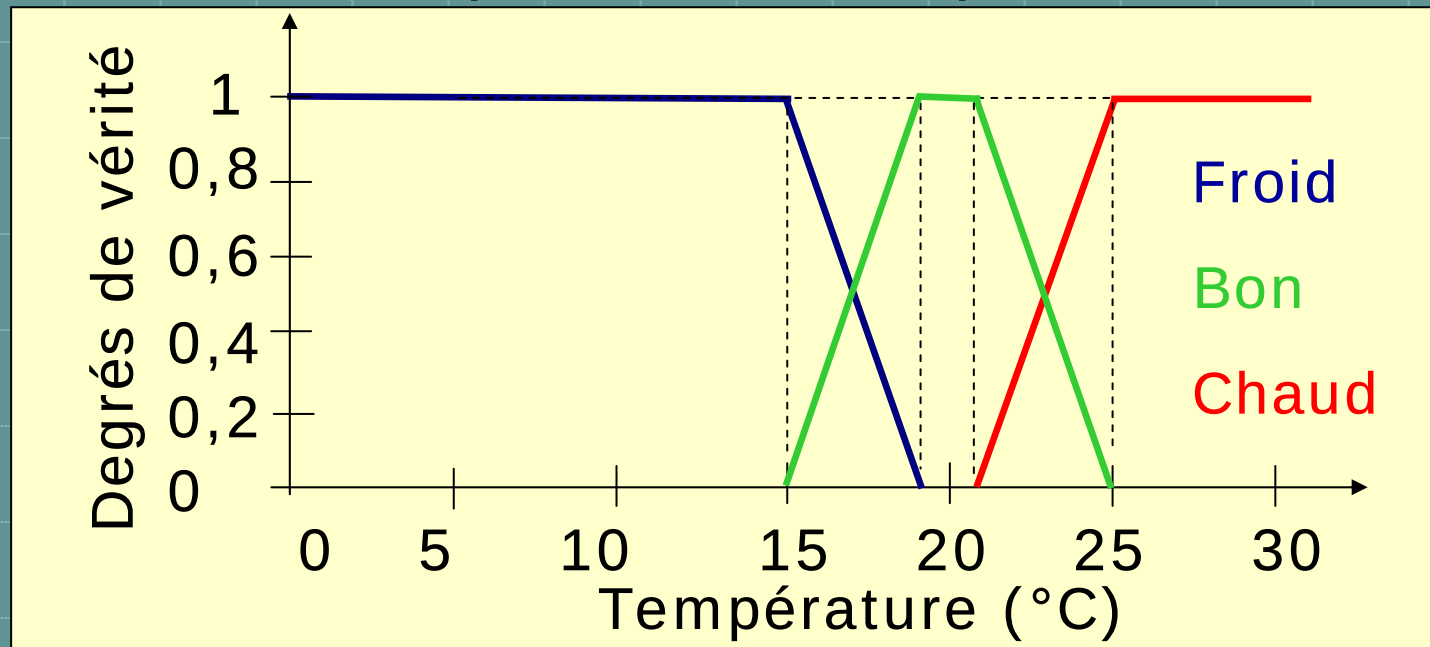
♦ Par soucis de **simplicité**, le contrôleur est limité à deux entrées.

- ◆ Fuzzification de la température externe :
 - ◆ On choisit 2 intervalles flous « froid » et « chaud » et des fonctions d'appartenances trapézoïdales.
 - ◆ « froid » correspond à une température $T < 5^{\circ}\text{C}$.
 - ◆ « chaud » correspond à une température $T > 20^{\circ}\text{C}$.



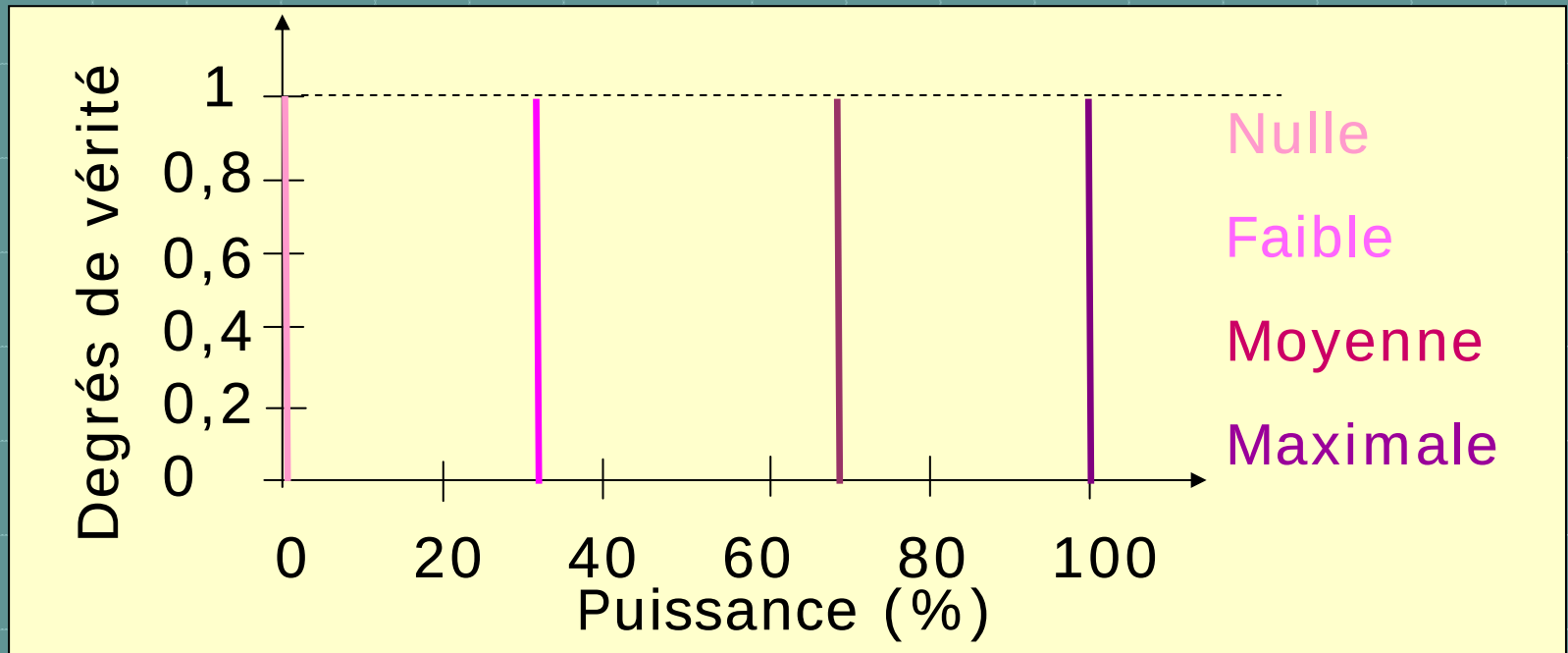
◆ Fuzzification de la température interne :

- ◆ On choisit 3 intervalles flous « froid », « bon » et « chaud » et des fonctions d'appartenances trapézoïdales.
- ◆ « froid » correspond à une température $T < 15^{\circ}\text{C}$.
- ◆ « bon » correspond à une température entre 19 et 21 $^{\circ}\text{C}$.
- ◆ « chaud » correspond à une température $> 25^{\circ}\text{C}$.



◆ Fuzzification de la puissance :

- ◆ On choisit 4 intervalles flous « nulle », « faible », « moyenne » et « maximale » et des fonctions en forme de raies.
- ◆ « nulle » pour une puissance de 0 %, « faible » pour une puissance de 33 %, « moyenne » pour une puissance de 67 % et « maximale » pour une puissance de 100 %.



◆ Règles d'inférence (acquises par l'expérience) :

- ◆ Si la température extérieure est «froide» et la température intérieure est «froide» alors mettre la puissance «maximale».
- ◆ Si la température extérieure est «froide» et la température intérieure est «bonne» alors mettre la puissance «moyenne».
- ◆ Si la température extérieure est «froide» et la température intérieure est «chaude» alors mettre la puissance «faible».
- ◆ Si la température extérieure est «chaude» et la température intérieure est «froide» alors mettre la puissance «moyenne».

-
- ♦ Si la température extérieure est «chaude» et la température intérieure est «bonne» alors mettre la puissance «faible».
- ♦ Si la température extérieure est «chaude» et la température intérieure est «chaude» alors mettre la puissance «nulle».
- ♦ Choix des opérateurs :
 - ♦ Méthode Max-Min :
 - ♦ L'opérateur ET (condition) : calcul du minimum.
 - ♦ L'opérateur OU (condition) : calcul du maximum.
 - ♦ L'opérateur ALORS (conclusion) : calcul du minimum.
 - ♦ L'opérateur OU (conclusion) : calcul du maximum.
- ♦ Choix du type de défuzzification : calcul du centre de gravité.

- ◆ Exemple de calcul :
 - ◆ Température extérieure 10°C.
 - ◆ Température intérieure 22°C.
- ◆ Fonction d'appartenance de la température extérieure :
 - ◆ $\mu_{\text{froid extérieur}}(x) = (20-x)/15$ si $x \in [5,20]$.
 - ◆ $\mu_{\text{chaud extérieur}}(x) = (x-5)/15$ si $x \in [5,20]$.
- ◆ Degrés d'appartenance de la température extérieure :
 - ◆ $\mu_{\text{froid extérieur}}(10) = 0,67$.
 - ◆ $\mu_{\text{chaud extérieur}}(10) = 0,33$.

◆ Fonction d'appartenance de la température intérieure :

- ◆ $\mu_{\text{froid intérieur}}(x) = 0$ si $x > 19$.
- ◆ $\mu_{\text{bon intérieur}}(x) = (25-x)/4$ si $x \in [21, 25]$.
- ◆ $\mu_{\text{chaud intérieur}}(x) = (x-21)/4$ si $x \in [21, 25]$.

◆ Degrés d'appartenance de la température intérieure :

- ◆ $\mu_{\text{froid intérieur}}(22) = 0$.
- ◆ $\mu_{\text{bon intérieur}}(22) = 0,75$.
- ◆ $\mu_{\text{chaud intérieur}}(22) = 0,25$.

♦ Action des règles d'inférence sur la sortie :

♦ $ET \Rightarrow \min$, $OU \Rightarrow \max$, $ALORS \Rightarrow \min$.

♦ **Si** la température extérieure est «froide» **et** la température intérieure est «froide» **alors** mettre la puissance «maximale».

$ET \Rightarrow \min(0,67;0)=0$; $ALORS \Rightarrow \min(0;1) \Rightarrow 0$

♦ **Si** la température extérieure est «froide» **et** la température intérieure est «bonne» **alors** mettre la puissance «moyenne».

$ET \Rightarrow \min(0,67;0,75)=0,67$; $ALORS \Rightarrow \min(0,67;1) \Rightarrow 0,67$

♦ **Si** la température extérieure est «froide» **et** la température intérieure est «chaude» **alors** mettre la puissance «faible».

$ET \Rightarrow \min(0,67;0,25)=0,25$; $ALORS \Rightarrow \min(0,25;1) \Rightarrow 0,25$

♦ $ET \Rightarrow \min$, $OU \Rightarrow \max$, $ALORS \Rightarrow \min$.

♦ **Si** la température extérieure est «chaude» **et** la température intérieure est «froide» **alors** mettre la puissance «moyenne».

$ET \Rightarrow \min(0,33;0)=0$; $ALORS \Rightarrow \min(0;1) \Rightarrow 0$

♦ **Si** la température extérieure est «chaude» **et** la température intérieure est «bonne» **alors** mettre la puissance «faible».

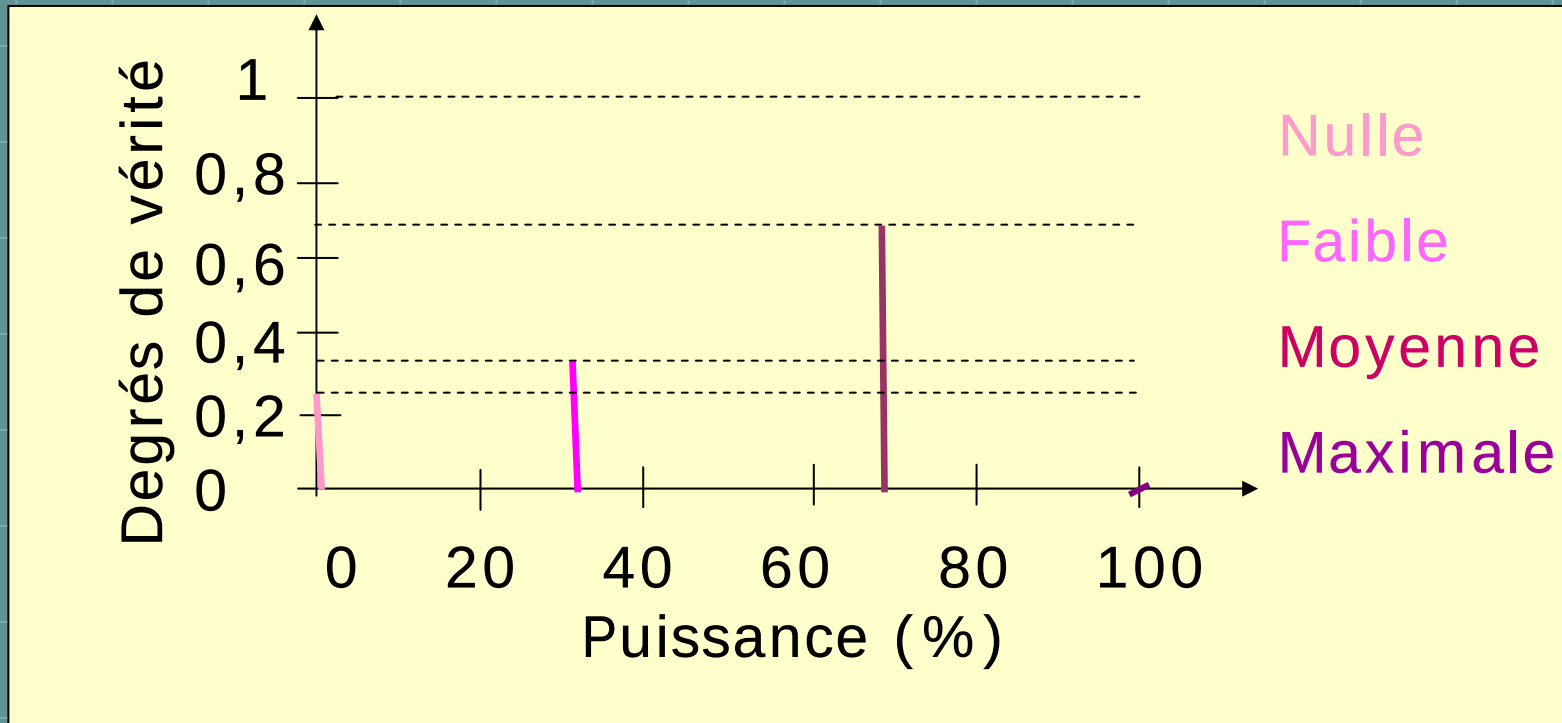
$ET \Rightarrow \min(0,33;0,75)=0,33$; $ALORS \Rightarrow \min(0,33;1) \Rightarrow 0,33$

♦ **Si** la température extérieure est «chaude » **et** la température intérieure est «chaude» **alors** mettre la puissance «nulle».

$ET \Rightarrow \min(0,33;0,25)=0,25$; $ALORS \Rightarrow \min(0,25;1) \Rightarrow 0,25$

- ♦ L'opérateur OU (en conclusion) appliqué à toutes les règles d'inférences donne en sortie (calcul du max.) :
 - ♦ puissance «maximale» : degrés d'appartenance 0.
 - ♦ puissance «moyenne» : degrés d'appartenance 0,67.
(max de 0,67 et 0).
 - ♦ puissance «faible» : degrés d'appartenance 0,33.
(max de 0,33 et 0,25).
 - ♦ puissance «nulle» : degrés d'appartenance 0,25.

♦ Fonction d'appartenance résultante :



♦ Défuzzification (centre de gravité):
$$X_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} x_{ri} \mu(x_{ri})}{\sum_{i=1}^{n_i} \mu(x_{ri})}$$

- ♦ Calcul de la **sortie** x_0 :

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{ri} \mu(x_{ri})}{\sum_{i=1}^4 \mu(x_{ri})} = \frac{0.100 + 0,67.67 + 0,33.33 + 0.0,25}{0 + 0,67 + 0,33 + 0,25} = 44,62\%$$

- ♦ Le contrôleur flou impose donc une **puissance de 44,6 %** sur l'installation de chauffage dans les conditions suivantes :
 - ♦ Température extérieure 10°C.
 - ♦ Température intérieure 22°C.